



Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção



Otimização Linear Contínua e Discreta

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2025
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 4.1: Inicialização do método simplex

Apresentação

Objetivos desta semana:

- ▶ Conhecer duas técnicas de inicialização do método (primal) simplex;
- ▶ Entender o que é degeneração e problema degenerado e suas implicações para o método simplex;
- ▶ Fixar os conceitos do método simplex por meio da resolução de exercícios;
- ▶ Extra: Estudar como usar o Matlab/Octave para auxiliar nos cálculos do método simplex.

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Resolver o problema a seguir pelo método simplex:

$$\max \quad x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.a} \quad x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$-x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Antes de tudo... colocar na forma padrão:

$$\min \quad -1x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\text{s.a} \quad x_1 + x_2 + x_3 \quad \quad \quad = 6$$

$$x_1 - x_2 \quad \quad + x_4 \quad \quad = 4$$

$$-x_1 + x_2 \quad \quad \quad + x_5 = 4$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1}$$

$$\begin{array}{l} c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{array}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 =$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

► x_2 entrará na base ($k = 2$).

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

► x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

► Teste da razão:

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

- Teste da razão:

$$y =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- ▶ x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- ▶ x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{1}; \right.$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- x_2 entrará na base ($k = 2$).

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{1}; \emptyset; \right\}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

► x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{1}; \emptyset; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{4}{1} \right\}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

► x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{1}; \emptyset; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{4}{1} \right\}$$

► $\min: \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3}$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B = B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

► x_2 **entrará na base** ($k = 2$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{6}{1}; \emptyset; \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = \frac{4}{1} \right\}$$

► min: $\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} \Rightarrow x_5$ **sairá da base** ($l = 3$).

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 =$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

► x_1 entrará na base ($k = 1$).

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{2}{2}; \right.$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{2}{2}; \emptyset; \right\}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{2}{2}; \emptyset; \emptyset \right\}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{2}{2}; \emptyset; \emptyset \right\}$$

► $\min: \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1}$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -8$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_1 - p^T a_1 = -3$$

$$s_2 = c_5 - p^T a_5 = 2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► x_1 **entrará na base** ($k = 1$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{2}{2}; \emptyset; \emptyset \right\}$$

► $\min: \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_1}}{y_1} \Rightarrow x_3$ **sairá da base** ($l = 1$).

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 =$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,5$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

► $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

► É possível melhorar essa solução?

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- **Não!** Os custos relativos são ≥ 0 .

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- **Não!** Os custos relativos são ≥ 0 .
- Portanto: **solução ótima encontrada!**

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -1,5 & 0 & -0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- **Não!** Os custos relativos são ≥ 0 .
- Portanto: **solução ótima encontrada!**
- $x^* = (1, 5, 0, 8, 0)$;

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(a)

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{1, 4, 2\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 5\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & -0,5 \\ 0,0 & 1 & 1,0 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$\bar{x}_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

- $f(\bar{x}) = c_{\mathcal{B}}^T \bar{x}_{\mathcal{B}} = -11$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [-1,5 \quad 0 \quad -0,5]$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

- É possível melhorar essa solução?
- **Não!** Os custos relativos são ≥ 0 .
- Portanto: **solução ótima encontrada!**
- $x^* = (1, 5, 0, 8, 0)$;
- $f(x^*) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -11$;

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

Resolva problema a seguir usando o método simplex.

$$\begin{array}{ll}
 \min & 5w_1 + 6w_2 + 3w_3 \\
 \text{s.a} & 5w_1 + 5w_2 + 3w_3 \geq 50 \\
 & 1w_1 + 1w_2 - 1w_3 \geq 20 \\
 & 7w_1 + 6w_2 - 9w_3 \geq 30 \\
 & 5w_1 + 5w_2 + 5w_3 \geq 35 \\
 & 2w_1 + 4w_2 - 15w_3 \geq 10 \\
 & 12w_1 + 10w_2 + 0w_3 \geq 90 \\
 & 0w_1 + 1w_2 - 10w_3 \geq 20 \\
 & w_1, w_2, w_3 \geq 0
 \end{array}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

Pra ficar mais intuitivo, vamos trocar a notação.

$$\begin{array}{ll}
 \min & 5p_1 + 6p_2 + 3p_3 \\
 \text{s.a} & 5p_1 + 5p_2 + 3p_3 \geq 50 \\
 & 1p_1 + 1p_2 - 1p_3 \geq 20 \\
 & 7p_1 + 6p_2 - 9p_3 \geq 30 \\
 & 5p_1 + 5p_2 + 5p_3 \geq 35 \\
 & 2p_1 + 4p_2 - 15p_3 \geq 10 \\
 & 12p_1 + 10p_2 + 0p_3 \geq 90 \\
 & 0p_1 + 1p_2 - 10p_3 \geq 20 \\
 & p_1, p_2, p_3 \geq 0
 \end{array}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

Para facilitar os cálculos, aplicaremos o método simplex ao problema dual:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 50x_1 + 20x_2 + 30x_3 + 35x_4 + 10x_5 + 90x_6 + 20x_7 \\
 \text{s.a} \quad & 5x_1 + 1x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 2x_5 + 12x_6 + 0x_7 \leq 5 \\
 & 5x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 + 10x_6 + 1x_7 \leq 6 \\
 & 3x_1 - 1x_2 - 9x_3 + 5x_4 - 15x_5 + 0x_6 - 10x_7 \leq 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0
 \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

Problema dual na forma padrão:

$$\begin{aligned}
 (-1) \times \min \quad & -50x_1 - 20x_2 - 30x_3 - 35x_4 - 10x_5 - 90x_6 - 20x_7 \\
 \text{s.a} \quad & 5x_1 + 1x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 2x_5 + 12x_6 + 0x_7 + x_8 = 5 \\
 & 5x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 + 4x_5 + 10x_6 + 1x_7 + x_9 = 6 \\
 & 3x_1 - 1x_2 - 9x_3 + 5x_4 - 15x_5 + 0x_6 - 10x_7 + x_{10} = 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} \geq 0
 \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

- Ao se resolver o problema dual pelo método simplex, a última iteração tem a base ótima $\mathcal{B} = \{2, 7, 10\}$, com:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -9 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -20 & 0 \end{bmatrix},$$

$$s_1 = 50, \quad s_3 = 90, \quad s_4 = 65, \quad s_5 = 70, \quad s_6 = 110, \quad s_8 = 0, \quad s_9 = 20.$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

- ▶ Ao se resolver o problema dual pelo método simplex, a última iteração tem a base ótima $\mathcal{B} = \{2, 7, 10\}$, com:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -9 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -20 & 0 \end{bmatrix},$$

$$s_1 = 50, \quad s_3 = 90, \quad s_4 = 65, \quad s_5 = 70, \quad s_6 = 110, \quad s_8 = 0, \quad s_9 = 20.$$

- ▶ Assim, a solução ótima do problema original é

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

- Ao se resolver o problema dual pelo método simplex, a última iteração tem a base ótima $\mathcal{B} = \{2, 7, 10\}$, com:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -9 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -20 & 0 \end{bmatrix},$$

$$s_1 = 50, \quad s_3 = 90, \quad s_4 = 65, \quad s_5 = 70, \quad s_6 = 110, \quad s_8 = 0, \quad s_9 = 20.$$

- Assim, a solução ótima do problema original é $(0, \textcolor{red}{20}, 0)$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

- ▶ Ao se resolver o problema dual pelo método simplex, a última iteração tem a base ótima $\mathcal{B} = \{2, 7, 10\}$, com:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -9 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -20 & 0 \end{bmatrix},$$

$$s_1 = 50, \quad s_3 = 90, \quad s_4 = 65, \quad s_5 = 70, \quad s_6 = 110, \quad s_8 = 0, \quad s_9 = 20.$$

- ▶ Assim, a solução ótima do problema original é $(0, \textcolor{red}{20}, 0)$
(ao colocarmos na forma padrão, trocamos o sinal dos coeficientes da função objetivo (c)).

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 2(b)

- ▶ Ao se resolver o problema dual pelo método simplex, a última iteração tem a base ótima $\mathcal{B} = \{2, 7, 10\}$, com:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -9 & 10 & 1 \end{bmatrix}, \quad x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -20 & 0 \end{bmatrix},$$

$$s_1 = 50, \quad s_3 = 90, \quad s_4 = 65, \quad s_5 = 70, \quad s_6 = 110, \quad s_8 = 0, \quad s_9 = 20.$$

- ▶ Assim, a solução ótima do problema original é $(0, \textcolor{red}{20}, 0)$
(ao colocarmos na forma padrão, trocamos o sinal dos coeficientes da função objetivo (c). Assim, para o problema original, devemos trocar o sinal de p , dado que o cálculo de p depende de $c_{\mathcal{B}}$).

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Encontre **três** soluções ótimas pelo método simplex:

$$\begin{array}{ll}\min & -1x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a} & 0,5x_1 + 0,3x_2 \leq 3 \\ & 0,1x_1 + 0,2x_2 \leq 1 \\ & 0,4x_1 + 0,5x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\end{array}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 =$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► x_2 entra na base.

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ x_2 entra na base.

- ▶ Teste da razão:

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = [0 \ 0 \ 0]$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entra na base.

- Teste da razão:

$$y =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ x_2 entra na base.

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entra na base.

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entra na base.

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entra na base.

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entra na base.

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = 5$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 1: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -2$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- x_2 entra na base.

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = 5$$

- x_4 sai da base.

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} =$$

$$\begin{array}{l} c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 =$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 =$$

$$\begin{aligned} c^T &= \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► A solução atual é ótima!

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.
- Teste da razão:

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.
- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.
- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = 3,33$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 2: $\mathcal{B} = \{3, 2, 5\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1,5 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & -2,5 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima! Para obter outra, vamos colocar x_1 na base.

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} 0,35 \\ 0,5 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{\bar{x}_{\mathcal{B}_3}}{y_3} = 3,33$$

- x_5 sai da base.

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} =$$

$$\begin{array}{l} c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 =$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 =$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

► A solução atual é ótima!

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ A solução atual é ótima!
- ▶ Como conseguir mais uma?

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ A solução atual é ótima!
- ▶ Como conseguir mais uma?
- ▶ Qualquer combinação das duas obtidas.

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ A solução atual é ótima!
- ▶ Como conseguir mais uma?
- ▶ Qualquer combinação das duas obtidas.
- ▶ Por exemplo:

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ A solução atual é ótima!
- ▶ Como conseguir mais uma?
- ▶ Qualquer combinação das duas obtidas.
- ▶ Por exemplo:

$$\bar{x} =$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$
- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ▶ A solução atual é ótima!
- ▶ Como conseguir mais uma?
- ▶ Qualquer combinação das duas obtidas.
- ▶ Por exemplo:

$$\bar{x} = 0,4 \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0,5 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Iteração 3: $\mathcal{B} = \{3, 2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{5, 4\}$;

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4,33 & -2,33 \\ 0 & 13,3 & -3,33 \\ 0 & -16,7 & 6,67 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b = \begin{bmatrix} 0,33 \\ 3,33 \\ 3,33 \end{bmatrix}$$

- $f(x) = c_{\mathcal{B}}^T x_{\mathcal{B}} = -10$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 10$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & 1 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,2 & 0 & 1 & 0 \\ 0,4 & 0,5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- A solução atual é ótima!
- Como conseguir mais uma?
- Qualquer combinação das duas obtidas.
- Por exemplo:

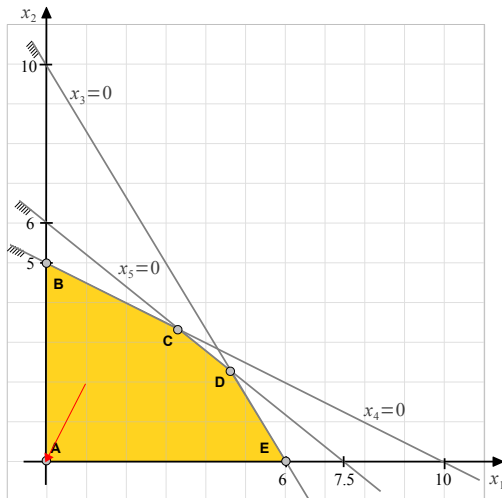
$$\bar{x} = 0,4 \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1,5 \\ 0 \\ 0,5 \end{bmatrix} + 0,6 \begin{bmatrix} 3,33 \\ 3,33 \\ 0,3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 0,8 \\ 0 \\ 0,2 \end{bmatrix}$$

Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- ▶ **A:** (0, 0, 3, 1, 3)
- ▶ **B:** (0, 5, 1,5, 0, 0,5)
- ▶ **C:** (3,33, 3,33, 0,33, 0, 0)
- ▶ **D:** (4,62, 2,3, 0, 0,08, 0)
- ▶ **E:** (6, 0, 0, 0,4, 0,6)

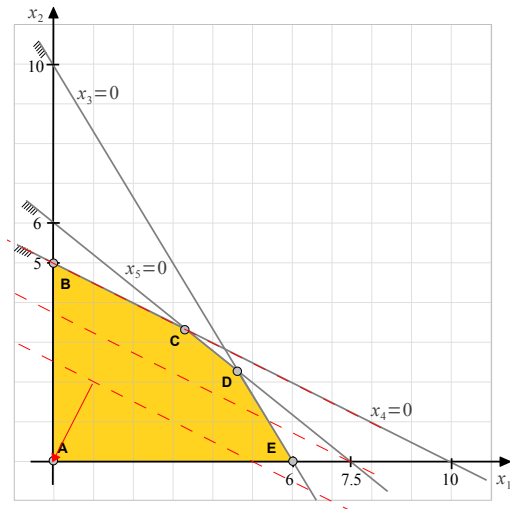


Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 3

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A:** (0, 0, 3, 1, 3)
- **B:** (0, 5, 1,5, 0, 0,5)
- **C:** (3,33, 3,33, 0,33, 0, 0)
- **D:** (4,62, 2,3, 0, 0,08, 0)
- **E:** (6, 0, 0, 0,4, 0,6)

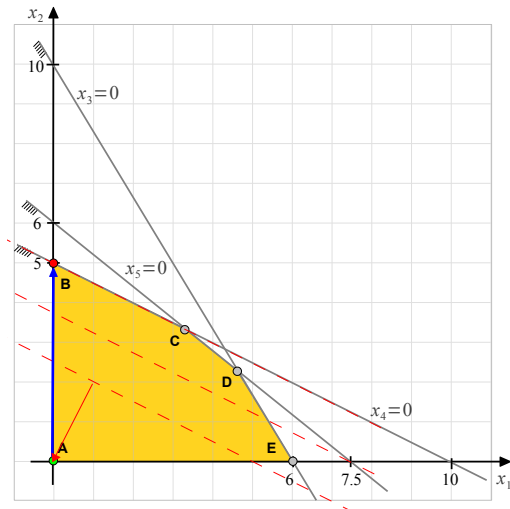


Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 3

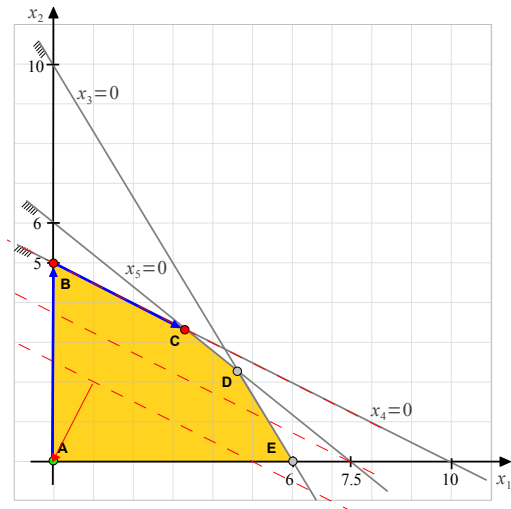
Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A:** (0, 0, 3, 1, 3)
- **B:** (0, 5, 1,5, 0, 0,5)
- **C:** (3,33, 3,33, 0,33, 0, 0)
- **D:** (4,62, 2,3, 0, 0,08, 0)
- **E:** (6, 0, 0, 0,4, 0,6)



▷ Lista Semana 3, Exercício 3

- **A:** (0, 0, 3, 1, 3)
- **B:** (0, 5, 1,5, 0, 0,5)
- **C:** (3,33, 3,33, 0,33, 0, 0)
- **D:** (4,62, 2,3, 0, 0,08, 0)
- **E:** (6, 0, 0, 0,4, 0,6)

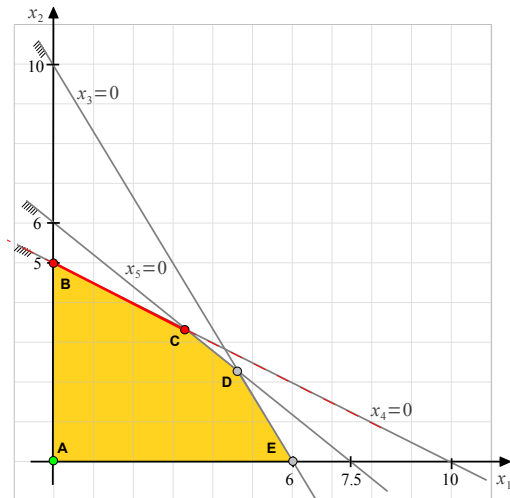


Exercícios resolvidos - Aula anterior...

▷ Lista Semana 3, Exercício 3

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- ▶ **A:** (0, 0, 3, 1, 3)
- ▶ **B:** (0, 5, 1,5, 0, 0,5)
- ▶ **C:** (3,33, 3,33, 0,33, 0, 0)
- ▶ **D:** (4,62, 2,3, 0, 0,08, 0)
- ▶ **E:** (6, 0, 0, 0,4, 0,6)

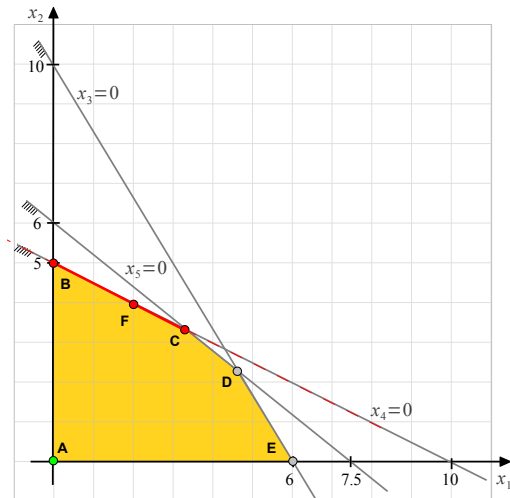


Exercícios resolvidos - Aula anterior...

► Lista Semana 3, Exercício 3

Para $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$:

- **A:** (0, 0, 3, 1, 3)
- **B:** (0, 5, 1,5, 0, 0,5)
- **C:** (3,33, 3,33, 0,33, 0, 0)
- **D:** (4,62, 2,3, 0, 0,08, 0)
- **E:** (6, 0, 0, 0,4, 0,6)
- **F:** (2, 4, 0,8, 0, 0,2)



Apresentação - Tópico 4.1

Apresentação - Tópico 4.1

Objetivos deste tópico:

- ▶ Conhecer duas técnicas de inicialização do método (primal) simplex, usadas quando não temos uma base trivial para iniciar o método.

Vídeo-aula:

- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=Mme5WnQu-cc>

Método simplex: Inicialização

- ▶ Até o momento, utilizamos as variáveis de folga para compor a base inicial do método simplex;

Método simplex: Inicialização

- ▶ Até o momento, utilizamos as variáveis de folga para compor a base inicial do método simplex;
- ▶ Isso foi possível, pois a matriz básica correspondente era dada pela matriz identidade (logo, invertível) e $x_B = B^{-1}b = Ib \geq 0$;

Método simplex: Inicialização

- ▶ Até o momento, utilizamos as variáveis de folga para compor a base inicial do método simplex;
- ▶ Isso foi possível, pois a matriz básica correspondente era dada pela matriz identidade (logo, invertível) e $x_B = B^{-1}b = Ib \geq 0$;
- ▶ Na prática, uma base inicial trivial como esta pode não estar disponível;

Método simplex: Inicialização

- ▶ Até o momento, utilizamos as variáveis de folga para compor a base inicial do método simplex;
- ▶ Isso foi possível, pois a matriz básica correspondente era dada pela matriz identidade (logo, invertível) e $x_B = B^{-1}b = Ib \geq 0$;
- ▶ Na prática, uma base inicial trivial como esta pode não estar disponível;
- ▶ Nesse caso, como iniciar o método?

Método simplex: Inicialização

- ▶ Até o momento, utilizamos as variáveis de folga para compor a base inicial do método simplex;
- ▶ Isso foi possível, pois a matriz básica correspondente era dada pela matriz identidade (logo, invertível) e $x_B = B^{-1}b = Ib \geq 0$;
- ▶ Na prática, uma base inicial trivial como esta pode não estar disponível;
- ▶ Nesse caso, como iniciar o método?
- ▶ Usando o próprio método!

Método simplex: Inicialização

- ▶ Até o momento, utilizamos as variáveis de folga para compor a base inicial do método simplex;
- ▶ Isso foi possível, pois a matriz básica correspondente era dada pela matriz identidade (logo, invertível) e $x_B = B^{-1}b = Ib \geq 0$;
- ▶ Na prática, uma base inicial trivial como esta pode não estar disponível;
- ▶ Nesse caso, como iniciar o método?
- ▶ Usando o próprio método! (mas modificando o problema)

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\min \quad f(x) = c^T x$$

$$\text{s.a} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\min \quad f(x) = c^T x$$

$$\text{s.a} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

- Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax = b \\ & x \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax = b \\ & x \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?

Método simplex: Inicialização

▷ Exemplo

$$\begin{array}{ll}\min & x_1 - x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Exemplo

$$\begin{array}{ll}\min & x_1 - x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}\min & x_1 - x_2 + 2x_3 & & \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 - x_3 + w_1 & & = 3 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 & + w_2 & = 4 \\ & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 & \geq & 0\end{array}$$

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0 \end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?
- ▶ O que precisamos garantir?

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?
- ▶ O que precisamos garantir? $w = 0$ na solução ótima!

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?
- ▶ O que precisamos garantir? $w = 0$ na solução ótima!
- ▶ Como?

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?
- ▶ O que precisamos garantir? $w = 0$ na solução ótima!
- ▶ Como? (i) Método das duas fases;

Método simplex: Inicialização

Considere o seguinte problema na forma padrão:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b \\ & x \geq 0, w \geq 0\end{array}$$

- ▶ Vamos assumir que uma base trivial não está disponível;
- ▶ Como modificar o problema de modo a conseguir uma base trivial?
- ▶ E se adicionarmos uma variável artificial a cada restrição?
- ▶ O que precisamos garantir? $w = 0$ na solução ótima!
- ▶ Como? (i) Método das duas fases; (ii) M -grande (Big- M).

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;
- ▶ Se uma solução ótima for obtida com valor ótimo não-nulo,

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;
- ▶ Se uma solução ótima for obtida com valor ótimo não-nulo, então o problema é **infactível**!

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;
- ▶ Se uma solução ótima for obtida com valor ótimo não-nulo, então o problema é **infactível**!
- ▶ Senão, $w = 0 \Rightarrow$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;
- ▶ Se uma solução ótima for obtida com valor ótimo não-nulo, então o problema é **infactível**!
- ▶ Senão, $w = 0 \Rightarrow$ solução obtida é factível para o problema original.

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 1

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad w_1 + \dots + w_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;
- ▶ Se uma solução ótima for obtida com valor ótimo não-nulo, então o problema é **infactível**!
- ▶ Senão, $w = 0 \Rightarrow$ solução obtida é factível para o problema original.
(garantir que as variáveis artificiais não estão na base ótima)

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 2

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 2

- ▶ Usamos a base ótima obtida na Fase 1 para resolver o problema original pelo método simplex:

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases

Fase 2

- ▶ Usamos a base ótima obtida na Fase 1 para resolver o problema original pelo método simplex:

$$\min \quad f(x) = c^T x$$

$$\text{s.a} \quad Ax = b$$

$$x \geq 0$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases: Exemplo

$$\begin{array}{ll}\min & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases: Exemplo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Fase 1

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1w_1 + 1w_2 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1w_1 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 1w_2 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases: Exemplo

$$\begin{aligned} \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Fase 1

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{(Iniciamos com } w_1 \text{ e } w_2 \text{ na base)} \\ & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1w_1 + 1w_2 \\ \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1w_1 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 1w_2 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases: Exemplo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Fase 1

$$\begin{aligned}
 & \text{(Iniciamos com } w_1 \text{ e } w_2 \text{ na base)} \\
 \min \quad & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1w_1 + 1w_2 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1w_1 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 1w_2 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Fase 2

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método das duas fases: Exemplo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Fase 1

$$\begin{aligned}
 & \text{(Iniciamos com } w_1 \text{ e } w_2 \text{ na base)} \\
 \min \quad & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 1w_1 + 1w_2 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1w_1 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 1w_2 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Fase 2

$$\begin{aligned}
 & \text{(Iniciamos com a última base da Fase 1)} \\
 \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\
 \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\
 & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad c^T x$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad c^T x + Mw_1 + \dots + Mw_n$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\begin{array}{ll}\min & c^T x + Mw_1 + \dots + Mw_n \\ \text{s.a} & Ax + Iw = b\end{array}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad c^T x + Mw_1 + \dots + Mw_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad c^T x + Mw_1 + \dots + Mw_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

- ▶ Redefinimos a função objetivo do problema:

$$\min \quad c^T x + Mw_1 + \dots + Mw_n$$

$$\text{s.a} \quad Ax + Iw = b$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- ▶ Aplicamos o método simplex, iniciando com a base dada pelas variáveis artificiais w ;
- ▶ M é um parâmetro de entrada (fixo) que deve ser suficientemente grande para garantir $w = 0$ na solução ótima, caso o problema seja factível.
(p.ex. $M = 10^5$)

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

$$\begin{array}{ll}\min & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

$$\begin{array}{ll} \min & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Método M -grande

$$\begin{array}{ll} \min & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 + Mw_1 + Mw_2 \\ \text{s.a} & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1w_1 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 1w_2 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 \geq 0 \end{array}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Método M -grande

$$\begin{aligned} \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 \\ \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Método M -grande

(Iniciamos com w_1 e w_2 na base)

$$\begin{aligned} \min \quad & 1x_1 - 1x_2 + 2x_3 + Mw_1 + Mw_2 \\ \text{s.a} \quad & 1x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1w_1 = 3 \\ & 2x_1 - 1x_2 + 3x_3 + 1w_2 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3, w_1, w_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Exercício

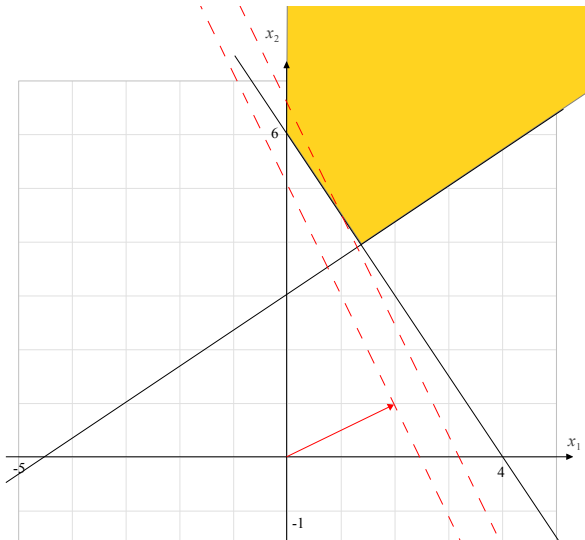
Resolva pelo método simplex, usando o método das duas fases e o método M -grande:

$$\begin{array}{ll}\min & f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.\end{array}$$

Método simplex: Inicialização

▷ Exercício: Ilustração

$$\begin{array}{ll} \min & f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array}$$



Método das duas-fases

▷ Exercício

Forma padrão:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 2x_1 + x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\
 \text{s.a} \quad & -2x_1 + 3x_2 - 1x_3 = 9 \\
 & 3x_1 + 2x_2 - 1x_4 = 12 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Fase 1

(Iniciamos com x_5 e x_6 na base)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 1x_5 + 1x_6 \\
 \text{s.a} \quad & -2x_1 + 3x_2 - 1x_3 + 1x_5 = 9 \\
 & 3x_1 + 2x_2 - 1x_4 + 1x_6 = 12 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Fase 2

(Iniciamos com a última base da Fase 1)

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 2x_1 + x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\
 \text{s.a} \quad & -2x_1 + 3x_2 - 1x_3 = 9 \\
 & 3x_1 + 2x_2 - 1x_4 = 12 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $\hat{f}(x) = 21$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_2 \Rightarrow x_2$ entrará na base ($k = 2$).

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$B = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_2 \Rightarrow x_2$ entrará na base ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$B = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_2 \Rightarrow x_2$ entrará na base ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_2 \Rightarrow x_2$ entrará na base ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} =$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_2 \Rightarrow x_2$ entrará na base ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{9}{3}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 1)

$B = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 21$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -1$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -5$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 1$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_2 \Rightarrow x_2$ entrará na base ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{B_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{B_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{B_1}}{y_1} = \frac{9}{3}$$

- ▶ $x_{B_1}(x_5)$ sairá da base ($l = 1$).

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (**Fase 1**)

$\mathcal{B} = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$\begin{aligned} p^T &= c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix} \\ s_1 &= c_1 - p^T a_1 = -4,33 \\ s_3 &= c_3 - p^T a_3 = -0,67 \\ s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_5 &= c_5 - p^T a_5 = 0,67 \end{aligned}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$B = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$\begin{aligned} p^T &= c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix} \\ s_1 &= c_1 - p^T a_1 = -4,33 \\ s_3 &= c_3 - p^T a_3 = -0,67 \\ s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_5 &= c_5 - p^T a_5 = 0,67 \end{aligned}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_1 \Rightarrow x_1$ entrará na base ($k = 1$).

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$B = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -4,33$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,67$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,67$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_1 \Rightarrow x_1$ entrará na base ($k = 1$).

- ▶ Teste da razão:

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$B = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -4,33$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,67$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,67$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_1 \Rightarrow x_1$ entrará na base ($k = 1$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -0,67 \\ 4,33 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$B = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$\begin{aligned} p^T &= c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix} \\ s_1 &= c_1 - p^T a_1 = -4,33 \\ s_3 &= c_3 - p^T a_3 = -0,67 \\ s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_5 &= c_5 - p^T a_5 = 0,67 \end{aligned}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_1 \Rightarrow x_1$ entrará na base ($k = 1$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -0,67 \\ 4,33 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{B_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{B_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} =$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$B = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -4,33$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,67$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 1$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 0,67$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k = s_1 \Rightarrow x_1$ entrará na base ($k = 1$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -0,67 \\ 4,33 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{B_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{B_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{B_2}}{y_2} = \frac{6}{4,33}$$

Método das duas-fases

► Exercício

Iteração 2 (Fase 1)

$B = \{2, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,33 & 0 \\ -0,67 & 1 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- $\hat{f}(x) = 6$

- Calcular a solução básica dual:

$$\begin{aligned} p^T &= c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,66 & 1 \end{bmatrix} \\ s_1 &= c_1 - p^T a_1 = -4,33 \\ s_3 &= c_3 - p^T a_3 = -0,67 \\ s_4 &= c_4 - p^T a_4 = 1 \\ s_5 &= c_5 - p^T a_5 = 0,67 \end{aligned}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- $s_k = s_1 \Rightarrow x_1$ entrará na base ($k = 1$).

- Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -0,67 \\ 4,33 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{B_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{B_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{B_2}}{y_2} = \frac{6}{4,33}$$

- $x_{B_2}(x_6)$ sairá da base ($l = 2$).

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $\hat{f}(x) = 0$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$B = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $\hat{f}(x) = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 1$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

► Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$B = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $\hat{f}(x) = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 1$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_k \geq 0$

Método das duas-fases

► Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$B = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $\hat{f}(x) = 0$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 1$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_k \geq 0 \Rightarrow$ PARE!

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$B = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 1$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**

Solução ótima **DA FASE 1** encontrada!

Método das duas-fases

► Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$B = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

- Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

- $\hat{f}(x) = 0$

- Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 1$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- $s_k \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**

Solução ótima **DA FASE 1** encontrada!

- Usamos a base ótima para iniciar a Fase 2.

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 3 (Fase 1)

$B = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_B = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 0$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_B^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 0$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 = 1$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 = 1$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_k \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**

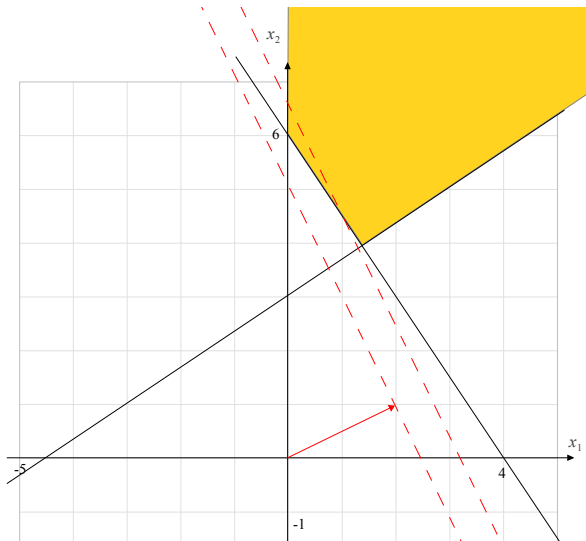
Solução ótima **DA FASE 1** encontrada!

- ▶ Usamos a base ótima para iniciar a Fase 2.
(podemos descartar as variáveis artificiais)

Método das duas-fases

▷ Exercício

$$\begin{array}{ll}\min & f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.\end{array}$$



Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_3 < 0 \Rightarrow x_3$ entrará na base ($k = 3$).

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_3 < 0 \Rightarrow x_3$ entrará na base ($k = 3$).

► Teste da razão:

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_3 < 0 \Rightarrow x_3$ entrará na base ($k = 3$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_3 = \begin{bmatrix} -0,23 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_3 < 0 \Rightarrow x_3$ entrará na base ($k = 3$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_3 = \begin{bmatrix} -0,23 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} =$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_3 < 0 \Rightarrow x_3$ entrará na base ($k = 3$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_3 = \begin{bmatrix} -0,23 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1,38}{0,15}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 1 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 1\}$ e $\mathcal{N} = \{3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6,68$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,62$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_3 < 0 \Rightarrow x_3$ entrará na base ($k = 3$).

► Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_3 = \begin{bmatrix} -0,23 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1,38}{0,15}$$

► $x_{\mathcal{B}_2}(x_1)$ sairá da base ($l = 2$).

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Método das duas-fases

► Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_1, s_4 \geq 0$

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_1, s_4 \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_1, s_4 \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**
Solução ótima encontrada!

Método das duas-fases

▷ Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_1, s_4 \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**
Solução ótima encontrada!

► $x^* = (0, 6, 9, 0)$;

Método das duas-fases

► Exercício

Iteração 2 (Fase 2)

$\mathcal{B} = \{2, 3\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

► Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

► $f(x) = 6$

► Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$c^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

► $s_1, s_4 \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**

Solução ótima encontrada!

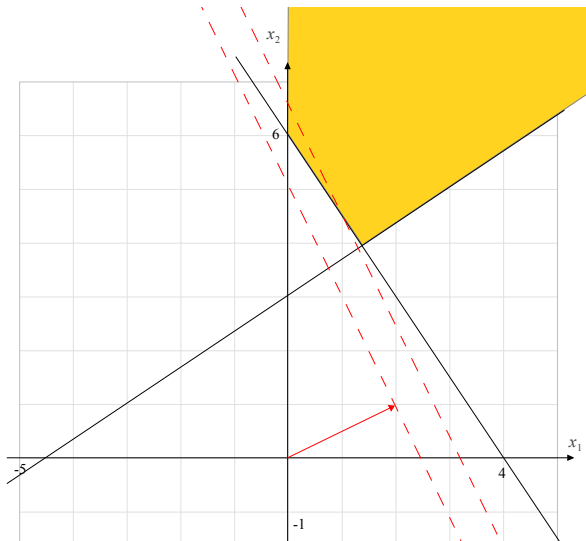
► $x^* = (0, 6, 9, 0)$;

► $f(x^*) = 6$.

Método das duas-fases

▷ Exercício

$$\begin{array}{ll} \min & f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array}$$



Método simplex: Inicialização

▷ Exercício

Resolva pelo método simplex, usando o método das duas fases e o método *M-grande*:

$$\min \quad f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$$

$$\text{s.a} \quad -2x_1 + 3x_2 \geq 9$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 12$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Método M -grande

▷ Exercício

Forma padrão:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + x_2 + 0x_3 + 0x_4 \\ \text{s.a} \quad & -2x_1 + 3x_2 - 1x_3 = 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 - 1x_4 = 12 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Método M -grande

(Iniciamos com x_5 e x_6 na base)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4 + Mx_5 + Mx_6 \\ \text{s.a} \quad & -2x_1 + 3x_2 - 1x_3 + 1x_5 = 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 - 1x_4 + 1x_6 = 12 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0. \end{aligned}$$

Método M -grande

▷ Exercício

Iteração 1

$\mathcal{B} = \{5, 6\}$ e $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$;

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = B^{-1}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 2100$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 100 & 100 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = -98$$

$$s_2 = c_2 - p^T a_2 = -499$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 = 100$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 100$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 100 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ x_2 entrará na base ($k = 2$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{\mathcal{B}_1}}{y_1} = \frac{9}{3}$$

- ▶ $x_{\mathcal{B}_1}(x_5)$ sairá da base ($l = 1$).

Método M -grande

▷ Exercício

Iteração 2

$$\mathcal{B} = \{2, 6\} \text{ e } \mathcal{N} = \{1, 5, 3, 4\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,333 & 0 \\ -0,667 & 1 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ▶ $\hat{f}(x) = 603$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} \approx \begin{bmatrix} -66,33 & 100 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 \approx -430,67$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 \approx -66,33$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 \approx 100$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 \approx 166,33$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 100 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ x_1 entrará na base ($k = 1$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_1 = \begin{bmatrix} -0,67 \\ 4,33 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{6}{4,33}$$

- ▶ $x_{\mathcal{B}_2}(x_6)$ sairá da base ($l = 2$).

Método M -grande

▷ Exercício

Iteração 3

$$\mathcal{B} = \{2, 1\} \text{ e } \mathcal{N} = \{6, 5, 3, 4\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0,23 & 0,15 \\ -0,15 & 0,23 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,92 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = 6,68$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} -0,08 & 0,62 \end{bmatrix}$$

$$s_3 = c_3 - p^T a_3 \approx -0,08$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 \approx 0,62$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 \approx 99,38$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 \approx 100,08$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 100 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ x_3 entrará na base ($k = 3$).

- ▶ Teste da razão:

$$y = B^{-1}a_3 = \begin{bmatrix} -0,23 \\ 0,15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{x_{\mathcal{B}_l}}{y_l} = \min \left\{ \frac{x_{\mathcal{B}_i}}{y_i} \mid y_i > 0 \right\} = \frac{x_{\mathcal{B}_2}}{y_2} = \frac{1,38}{0,15}$$

- ▶ $x_{\mathcal{B}_2}(x_1)$ sairá da base ($l = 2$).

Método M -grande

▷ Exercício

Iteração 4

$$\mathcal{B} = \{2, 3\} \text{ e } \mathcal{N} = \{6, 5, 1, 4\};$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \\ -1 & 1,5 \end{bmatrix}$$

- ▶ Calcular a solução básica primal:

$$x_{\mathcal{B}} = B^{-1}b \Rightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

- ▶ $f(x) = 6$

- ▶ Calcular a solução básica dual:

$$p^T = c_{\mathcal{B}}^T B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

$$s_1 = c_1 - p^T a_1 = 0,5$$

$$s_4 = c_4 - p^T a_4 = 0,5$$

$$s_5 = c_5 - p^T a_5 \approx 100$$

$$s_6 = c_6 - p^T a_6 \approx 99,5$$

$$\hat{c}^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 100 & 100 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

- ▶ $s_1, s_4, s_5, s_6 \geq 0 \Rightarrow$ **PARE!**

Solução ótima encontrada!

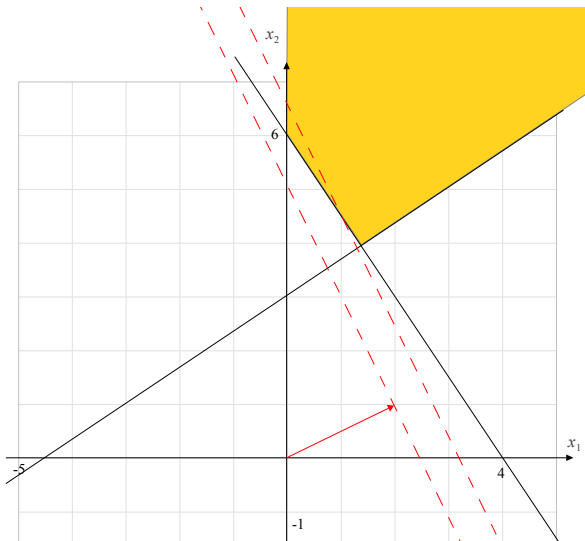
- ▶ $x^* = (0, 6, 9, 0);$

- ▶ $f(x^*) = 6.$

Método M -grande

▷ Exercício

$$\begin{array}{ll}\min & f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a} & -2x_1 + 3x_2 \geq 9 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.\end{array}$$



- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?