



Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção



Otimização Linear Contínua e Discreta

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2025
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 12.3: Explorando a estrutura em blocos: problema mestre desagregado

Apresentação - Tópico 12.3

Objetivos deste tópico:

- ▶ Entender como explorar a estrutura em blocos ao aplicar a decomposição Dantzig-Wolfe e o método de geração de colunas;
- ▶ Fixar os conceitos por meio da resolução de um exercício.

Vídeo-aula:

- ▶ <https://youtu.be/-9tkdY2u-98>

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

$$\begin{array}{ll}\min & f(x) = c^T x, \\ \text{s.a} & Ax = b, \\ & x \in \mathcal{X},\end{array}$$

$$\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Dx = d, x \geq 0\}, \quad b \in \mathbb{R}^m, \quad d \in \mathbb{R}^h$$

$$D = \begin{bmatrix} D^1 & & & \\ & D^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D^K \end{bmatrix}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) = c^1 x^1 + c^2 x^2 + \dots + c^K x^K, \\ \text{s.a} \quad & A^1 x^1 + A^2 x^2 + \dots + A^K x^K = b, \\ & x^k \in \mathcal{X}^k, \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned}$$

$$\mathcal{X}^k = \{x^k \in \mathbb{R}^{n_k} \mid D^k x^k = d^k, x^k \geq 0\}, \quad b \in \mathbb{R}^m, \quad d \in \mathbb{R}^h$$

$$D = \begin{bmatrix} D^1 & & & \\ & D^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D^K \end{bmatrix}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Pelo *Teorema da Representação*, qualquer $x^k \in \mathcal{X}^k$ pode ser escrito como uma combinação de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$:

$$x^k = \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k \bar{x}_q^k + \sum_{r \in R^k} \mu_r^k \bar{x}_r^k, \quad \text{com} \quad \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0.$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

- Pelo *Teorema da Representação*, qualquer $x^k \in \mathcal{X}^k$ pode ser escrito como uma combinação de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$:

$$x^k = \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k \bar{x}_q^k + \sum_{r \in R^k} \mu_r^k \bar{x}_r^k, \quad \text{com} \quad \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0.$$

sendo Q^k e R^k os conjuntos de índices de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$, $k = 1, \dots, K$;

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- ▶ Pelo *Teorema da Representação*, qualquer $x^k \in \mathcal{X}^k$ pode ser escrito como uma combinação de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$:

$$x^k = \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k \bar{x}_q^k + \sum_{r \in R^k} \mu_r^k \bar{x}_r^k, \quad \text{com} \quad \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0.$$

sendo Q^k e R^k os conjuntos de índices de pontos extremos e raios extremos de $\mathcal{X}^k$, $k = 1, \dots, K$;

- ▶ Substituindo cada x^k no problema do slide anterior e desenvolvendo de modo semelhante ao feito anteriormente, obtemos o **Problema Mestre Desagregado**;

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in Q^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in R^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in Q^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in R^k} a_r \mu_r^k = b, \\
 & \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \quad k = 1, \dots, K, \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \forall q \in Q^k, \forall r \in R^k.
 \end{aligned}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado):

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in Q^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in R^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in Q^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in R^k} a_r \mu_r^k = b, & (\bar{p}) \\
 & \sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, & k = 1, \dots, K, \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, & k = 1, \dots, K, \forall q \in Q^k, \forall r \in R^k.
 \end{aligned}$$

Decomposição de Dantzig-Wolfe

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado):

$$\min \quad \sum_{k=1}^K \sum_{q \in Q^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in R^k} c_r \mu_r^k$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{k=1}^K \sum_{q \in Q^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in R^k} a_r \mu_r^k = b, \quad (\bar{p})$$

$$\sum_{q \in Q^k} \lambda_q^k = 1, \quad k = 1, \dots, K, \quad (\bar{v})$$

$$\lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \forall q \in Q^k, \forall r \in R^k.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado) Restrito:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, \\
 & \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, \quad k = 1, \dots, K, \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
 \end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado) Restrito:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, & (\bar{p}) \\
 & \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, & k = 1, \dots, K, \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, & k = 1, \dots, K, \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
 \end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado) Restrito:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, & (\bar{p}) \\
 & \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, & k = 1, \dots, K, \quad (\bar{v}) \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, & k = 1, \dots, K, \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
 \end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado) Restrito:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, & (\bar{p}) \\
 & \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, & k = 1, \dots, K, \quad (\bar{v}) \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, & k = 1, \dots, K, \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
 \end{aligned}$$

Menor custo relativo de uma λ_q^k : $\min\{c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \mid x^k \in \mathcal{X}^k\} - \bar{v}_k$;

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► Problema Mestre (Desagregado) Restrito:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} c_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} c_r \mu_r^k \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{k=1}^K \sum_{q \in \tilde{Q}^k} a_q \lambda_q^k + \sum_{k=1}^K \sum_{r \in \tilde{R}^k} a_r \mu_r^k = b, & (\bar{p}) \\
 & \sum_{q \in \tilde{Q}^k} \lambda_q^k = 1, & k = 1, \dots, K, \quad (\bar{v}) \\
 & \lambda_q^k \geq 0, \mu_r^k \geq 0, & k = 1, \dots, K, \forall q \in \tilde{Q}^k, \forall r \in \tilde{R}^k.
 \end{aligned}$$

Menor custo relativo de uma λ_q^k : $\min\{c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \mid x^k \in \mathcal{X}^k\} - \bar{v}_k$;

Para uma variável μ_r^k , temos: $\min\{c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \mid x^k \in \mathcal{X}^k\}$.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

► Estamos assumindo que o problema original tenha solução;

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.
Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.
 Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.
 Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.
Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix} \rightarrow \text{função objetivo}$$

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.
 Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{função objetivo} \\ \rightarrow \text{restrições de acoplamento} \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

► Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - Caso tenha solução ótima, então existe um ponto extremo ótimo $\bar{x}_q^k$.
 Se $z_{SP}^k - \bar{v}_k < 0$, então $\bar{x}_q^k$ não está no PMR atual. Temos uma variável com custo relativo negativo para incluir no PMR. Logo, adicionamos q a $\tilde{Q}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_q^k \\ A^k \bar{x}_q^k \\ e_k \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{função objetivo} \\ \rightarrow \text{restrições de acoplamento} \\ \rightarrow = 1 \text{ na } k\text{-ésima restr. de convexidade} \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso seja **ilimitado**, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir.

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso seja **ilimitado**, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ **K subproblemas:**

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso seja **ilimitado**, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

► K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{função objetivo}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{função objetivo} \\ \rightarrow \text{restrições de acoplamento} \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ K subproblemas:

$$z_{SP}^k = \min_{x^k \in \mathcal{X}^k} \left\{ c^k x^k - \bar{p}^T A^k x^k \right\}$$

- ▶ Estamos assumindo que o problema original tenha solução;
- ▶ Assim, o subproblema ou tem solução ótima ou é ilimitado:
 - ▶ Caso seja ilimitado, então existe um raio extremo $\bar{x}_r^k$. Logo, $\bar{x}_r^k$ não está no PMR e temos uma variável com custo relativo negativo a incluir. Adicionamos r a $\tilde{R}^k$, resultando em uma nova coluna:

$$\begin{bmatrix} c^k \bar{x}_r^k \\ A^k \bar{x}_r^k \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{função objetivo} \\ \rightarrow \text{restrições de acoplamento} \\ \rightarrow \text{restrição de convexidade} \end{array}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ Limitante *superior* para z_{PM} :

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

▶ Limitante *superior* para z_{PM} : z_{PMR} ;

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- ▶ Limitante *superior* para z_{PM} : z_{PMR} ;
- ▶ Limitante *inferior* para z_{PM} :

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- ▶ Limitante *superior* para z_{PM} : z_{PMR} ;
- ▶ Limitante *inferior* para z_{PM} : $z_{PMR} + \min_{k=1,\dots,K} \{z_{SP}^k - v_k\}$;

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- ▶ Limitante *superior* para z_{PM} : z_{PMR} ;
- ▶ Limitante *inferior* para z_{PM} : $z_{PMR} + \min_{k=1,\dots,K} \{z_{SP}^k - v_k\}$; (quando todos os subproblemas têm solução ótima);

Método de Geração de Colunas

▷ Estrutura em blocos: PM Desagregado

- ▶ Limitante *superior* para z_{PM} : z_{PMR} ;
- ▶ Limitante *inferior* para z_{PM} : $z_{PMR} + \min_{k=1,\dots,K} \{z_{SP}^k - v_k\}$; (quando todos os subproblemas têm solução ótima);
- ▶ Logo, o método é finalizado quando:

$$z_{SP}^k - v_k = 0, \forall k = 1, \dots, K.$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

Uma fábrica de refrigerantes produz dois tipos de bebidas, por meio de um único tanque. Para processar 1000 litros da bebida 1 são necessárias 100 horas do tanque, enquanto para 1000 litros da bebida 2, são necessárias 80 horas. A disponibilidade do tanque para a fabricação destas bebidas nos próximos 3 meses é de 240, 320 e 200 horas. O departamento de vendas fez uma previsão de demanda para os próximos 3 meses. A demanda de cada bebida e os possíveis custos envolvidos são dados na tabela abaixo. Deseja-se determinar quanto produzir e quanto estocar de cada bebida em cada período.

Período	Bebida 1			Bebida 2		
	1	2	3	1	2	3
Demanda (L)	900	1800	1800	400	600	800
Custo prod (R\$/L)	1.0	1.5	2.0	0.5	0.5	0.9
Custo estoc (R\$/L)	0.5	0.25	—	0.25	0.25	—

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

$$\begin{aligned} \min \quad & 1.0x_{11} + 1.5x_{12} + 2.0x_{13} + 0.5x_{21} + 0.5x_{22} \\ & + 0.9x_{23} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & 0.1x_{11} + 0.08x_{21} \leq 240 \\ & 0.1x_{12} + 0.08x_{22} \leq 320 \\ & 0.1x_{13} + 0.08x_{23} \leq 200 \\ & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ & I_{10} = 0, \quad I_{20} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, \dots, x_{23} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, \dots, I_{23} \geq 0 \end{aligned}$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

$$\begin{aligned} \min \quad & 1.0x_{11} + 1.5x_{12} + 2.0x_{13} + 0.5x_{21} + 0.5x_{22} \\ & + 0.9x_{23} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & 0.1x_{11} + 0.08x_{21} \leq 240 \\ & 0.1x_{12} + 0.08x_{22} \leq 320 \\ & 0.1x_{13} + 0.08x_{23} \leq 200 \\ & (x_1, I_1) \in \mathcal{X}^1, (x_2, I_2) \in \mathcal{X}^2 \end{aligned}$$

$$\mathcal{X}^1 = \left\{ \begin{array}{l} x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ I_{10} = 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{array} \right\}, \quad \mathcal{X}^2 = \left\{ \begin{array}{l} x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ I_{20} = 0, \\ x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{array} \right\}.$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

Problema Mestre:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{q \in Q^i} \sum_{t=1}^T (c_{it} \bar{x}_{qit} + h_{it} \bar{I}_{qit}) \lambda_q^i$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{q \in Q^i} (a_i \bar{x}_{qit}) \lambda_q^i \leq b_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{q \in Q^i} \lambda_q^i = 1, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\lambda_q^i \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad q \in Q_i.$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício: Aplique DDW e resolva por geração de colunas

Subproblemas:

$$z_{SP}^i = \min \sum_{t=1}^T (c_{it}x_{it} + h_{it}I_{it} - \bar{p}^T a_i x_{it})$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + I_{it}, & t = 1, \dots, T, \\ & I_{i0} = 0, \\ & x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0, & t = 1, \dots, T. \end{aligned}$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Problema mestre:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{q \in Q^1} (1.0\bar{x}_{q11} + 1.5\bar{x}_{q12} + 2.0\bar{x}_{q13} + 0.5\bar{I}_{q11} + 0.25\bar{I}_{q12})\lambda_q^1 \\
 & + \sum_{q \in Q^2} (0.5x_{q21} + 0.5x_{q22} + 0.9x_{q23} + 0.25I_{q21} + 0.25I_{q22})\lambda_q^2 \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{q \in Q^1} (0.1\bar{x}_{q11})\lambda_q^1 + \sum_{q \in Q^2} (0.08\bar{x}_{q21})\lambda_q^2 \leq 240 \\
 & \sum_{q \in Q^1} (0.1\bar{x}_{q12})\lambda_q^1 + \sum_{q \in Q^2} (0.08\bar{x}_{q22})\lambda_q^2 \leq 320 \\
 & \sum_{q \in Q^1} (0.1\bar{x}_{q13})\lambda_q^1 + \sum_{q \in Q^2} (0.08\bar{x}_{q23})\lambda_q^2 \leq 200 \\
 & \sum_{q \in Q^1} \lambda_q^1 = 1, \\
 & \sum_{q \in Q^2} \lambda_q^2 = 1, \\
 & \lambda_q^1, \lambda_q^2 \geq 0.
 \end{aligned}$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Subproblemas:

$$z_{SP}^1 = \min \quad 1.0x_{11} + 0.5I_{11} + 1.5x_{12} + 0.25I_{12} \\ + 2.0x_{13} - \bar{p}_1 0.1x_{11} - \bar{p}_2 0.1x_{12} - \bar{p}_3 0.1x_{13}$$

$$\text{s.a} \quad x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Subproblemas:

$$z_{SP}^1 = \min \quad 1.0x_{11} + 0.5I_{11} + 1.5x_{12} + 0.25I_{12} \\ + 2.0x_{13} - \bar{p}_1 0.1x_{11} - \bar{p}_2 0.1x_{12} - \bar{p}_3 0.1x_{13}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP}^2 = \min \quad 0.5x_{21} + 0.25I_{21} + 0.5x_{22} + 0.25I_{22} \\ + 0.9x_{23} - \bar{p}_1 0.08x_{21} - \bar{p}_2 0.08x_{22} - \bar{p}_3 0.08x_{23}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ & I_{20} = 0 \\ & x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ & I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{aligned}$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Subproblemas:

$$z_{SP}^1 = \min (1.0 - 0.1\bar{p}_1)x_{11} + (1.5 - 0.1\bar{p}_2)x_{12} \\ + (2.0 - 0.1\bar{p}_3)x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP}^2 = \min (0.5 - 0.08\bar{p}_1)x_{21} + (0.5 - 0.08\bar{p}_2)x_{22} \\ + (0.9 - 0.08\bar{p}_3)x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ & I_{20} = 0 \\ & x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ & I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$\begin{aligned} (\text{PMR}_0) \quad & \min \quad 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\ & \text{s.a} \quad 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\ & \quad \quad 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\ & \quad \quad 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\ & \quad \quad \lambda_1^1 = 1, \\ & \quad \quad \lambda_1^2 = 1, \\ & \quad \quad \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$\begin{aligned}(\text{PMR}_0) \quad & \min \quad 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 \\ & \text{s.a} \quad 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240 \\ & \quad 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320 \\ & \quad 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200 \\ & \quad \lambda_1^1 = 1, \\ & \quad \lambda_1^2 = 1, \\ & \quad \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.\end{aligned}$$

Infactível!

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$(\text{PMR}_0) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$(PMR_0) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.5031; \bar{\lambda}_1^1 = 0.4969; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4969;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$(PMR_0) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.5031; \bar{\lambda}_1^1 = 0.4969; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4969;$$

$$\bar{p}_1 = -4.4699; \bar{p}_2 = 0; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8761.44; \bar{v}_2 = 1243.04;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

PMR inicial

Colunas iniciais geradas com $\bar{p} = (0, 0, 0)$

$$(PMR_0) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.5031; \bar{\lambda}_1^1 = 0.4969; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4969;$$

$$\bar{p}_1 = -4.4699; \bar{p}_2 = 0; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8761.44; \bar{v}_2 = 1243.04;$$

$$LS = 8931.7; LI = -\infty.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_1^0) \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_1^0) \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^0) \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (SP_1^0) \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7152.29 - 8761.44 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (SP_1^0) \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (SP_1^0) \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_1^0) \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ = 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_1^0) \min \quad (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6750 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (SP_1^0) \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6750 \\ 90 \\ 360 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^0) \min \quad & (1.0 - 0.1(-4.4699))x_{11} + (1.5 - 0.1(0))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 900 \\ 3600 \\ 0 \\ 0 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7152.29$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7152.29 - 8761.44 = -1609.15 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6750 \\ 90 \\ 360 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^0) \min \quad & (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_2^0) \min \quad (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_2^0) \min \quad (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_2^0) \min \quad (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ = 1243.04 - 1243.04$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_2^0) \min \quad (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ = 1243.04 - 1243.04 = 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 0

$$(SP_2^0) \min \quad (0.5 - 0.08(-4.4699))x_{21} + (0.5 - 0.08(0))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1243.04$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ = 1243.04 - 1243.04 = 0$$

Nenhuma coluna será gerada!

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$(\text{PMR}_1) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1$$

$$\text{s.a} \quad 1 \lambda^a + 450 \lambda_1^1 + 32 \lambda_1^2 + 90 \lambda_2^1 \leq 240$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 112 \lambda_1^2 + 360 \lambda_2^1 \leq 320$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 0 \lambda_1^2 + 0 \lambda_2^1 \leq 200$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1,$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$(PMR_1) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1$$

$$\text{s.a} \quad 1 \lambda^a + 450 \lambda_1^1 + 32 \lambda_1^2 + 90 \lambda_2^1 \leq 240$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 112 \lambda_1^2 + 360 \lambda_2^1 \leq 320$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 0 \lambda_1^2 + 0 \lambda_2^1 \leq 200$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1,$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.0574; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3471; \bar{\lambda}_1^2 = 0.9426; \bar{\lambda}_2^1 = 0.5955;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$(PMR_1) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1$$

$$\text{s.a} \quad 1 \lambda^a + 450 \lambda_1^1 + 32 \lambda_1^2 + 90 \lambda_2^1 \leq 240$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 112 \lambda_1^2 + 360 \lambda_2^1 \leq 320$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 0 \lambda_1^2 + 0 \lambda_2^1 \leq 200$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1,$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.0574; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3471; \bar{\lambda}_1^2 = 0.9426; \bar{\lambda}_2^1 = 0.5955;$$

$$\bar{p}_1 = -3.6318; \bar{p}_2 = -3.6318; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8384.29; \bar{v}_2 = 1622.97;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

PMR

$$(PMR_1) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1$$

$$\text{s.a} \quad 1 \lambda^a + 450 \lambda_1^1 + 32 \lambda_1^2 + 90 \lambda_2^1 \leq 240$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 112 \lambda_1^2 + 360 \lambda_2^1 \leq 320$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 0 \lambda_1^2 + 0 \lambda_2^1 \leq 200$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 = 1,$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0.0574; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3471; \bar{\lambda}_1^2 = 0.9426; \bar{\lambda}_2^1 = 0.5955;$$

$$\bar{p}_1 = -3.6318; \bar{p}_2 = -3.6318; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 8384.29; \bar{v}_2 = 1622.97;$$

$$LS = 7973.48; LI = 8931.7 + (-1609.15) + 0 = 7322.55.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\text{s.a} \quad x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7200 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7200 \\ 270 \\ 0 \\ 180 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^1) \min \quad & (1.0 - 0.1(-3.6318))x_{11} + (1.5 - 0.1(-3.6318))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2700 \\ 0 \\ 1800 \\ 1800 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 8180.59$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 8180.59 - 8384.29 = -203.7 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_1, h_1)(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ A_1(\bar{x}_1, \bar{I}_1) \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7200 \\ 270 \\ 0 \\ 180 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ & I_{20} = 0 \\ & x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ & I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1510.5 - 1622.97 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$(SP_2^1) \min \quad (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ = 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1220 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1220 \\ 32 \\ 48 \\ 64 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 1

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^1) \min \quad & (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{21} + (0.5 - 0.08(-3.6318))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 600 \\ 800 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1510.5$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1510.5 - 1622.97 = -112.47 < 0 \end{aligned}$$

Um nova coluna deve ser inserida:

$$\begin{bmatrix} (c_2, h_2)(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ A_2(\bar{x}_2, \bar{I}_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1220 \\ 32 \\ 48 \\ 64 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$(PMR_2) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1 + 7200 \lambda_3^1 + 1220 \lambda_2^2$$

$$\text{s.a} \quad 1 \lambda^a + 450 \lambda_1^1 + 32 \lambda_1^2 + 90 \lambda_2^1 + 270 \lambda_3^1 + 32 \lambda_2^2 \leq 240$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 112 \lambda_1^2 + 360 \lambda_2^1 + 0 \lambda_3^1 + 48 \lambda_2^2 \leq 320$$

$$1 \lambda^a + 0 \lambda_1^1 + 0 \lambda_1^2 + 0 \lambda_2^1 + 180 \lambda_3^1 + 64 \lambda_2^2 \leq 200$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1,$$

$$1 \lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$(PMR_2) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1 + 7200 \lambda_3^1 + 1220 \lambda_2^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \bar{\lambda}_3^1 = 0; \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$(PMR_2) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1 + 7200 \lambda_3^1 + 1220 \lambda_2^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \bar{\lambda}_3^1 = 0; \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

$$\bar{p}_1 = -1.875; \bar{p}_2 = -1.875; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 7593.75; \bar{v}_2 = 1370;$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

PMR

$$(PMR_2) \quad \min \quad 10^4 \lambda^a + 6750 \lambda_1^1 + 1100 \lambda_1^2 + 6750 \lambda_2^1 + 7200 \lambda_3^1 + 1220 \lambda_2^2$$

$$\text{s.a} \quad 1\lambda^a + 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320$$

$$1\lambda^a + 0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1,$$

$$1\lambda^a + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1,$$

$$\lambda^a, \lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}^a = 0; \bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \bar{\lambda}_3^1 = 0; \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

$$\bar{p}_1 = -1.875; \bar{p}_2 = -1.875; \bar{p}_3 = 0; \bar{v}_1 = 7593.75; \bar{v}_2 = 1370;$$

$$LS = 7913.75; LI = 7973.48 + (-203.7) + (-112.47) = 7657.31$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^2) \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900$$

$$x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800$$

$$x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800$$

$$I_{10} = 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0$$

$$I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$(SP_1^2) \min \quad (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\ + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$(SP_1^2) \min \quad (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\ + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12}$$

$$\text{s.a} \quad \begin{aligned} x_{11} + I_{10} - I_{11} &= 900 \\ x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 1800 \\ x_{13} + I_{12} - I_{13} &= 1800 \\ I_{10} &= 0 \\ x_{11}, x_{12}, x_{13} &\geq 0 \\ I_{11}, I_{12}, I_{13} &\geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^2) \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7593.75 - 7593.75 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^2) \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7593.75 - 7593.75 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_1^2) \min \quad & (1.0 - 0.1(-1.875))x_{11} + (1.5 - 0.1(-1.875))x_{12} \\ & + (2.0 - 0.1(0))x_{13} + 0.5I_{11} + 0.25I_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{11} + I_{10} - I_{11} = 900 \\ & x_{12} + I_{11} - I_{12} = 1800 \\ & x_{13} + I_{12} - I_{13} = 1800 \\ & I_{10} = 0 \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13} \geq 0 \\ & I_{11}, I_{12}, I_{13} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_1, h_1) - \bar{p}^T A_1) \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} - \bar{v}_1 \\ &= 7593.75 - 7593.75 = 0 \end{aligned}$$

Nenhuma coluna será gerada.

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{I}_{11} \\ \bar{I}_{12} \\ \bar{I}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4500 \\ 0 \\ 0 \\ 3600 \\ 1800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_1 = 7593.75$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$(SP_2^2) \min \quad (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22}$$

$$\text{s.a} \quad x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^2) \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ & I_{20} = 0 \\ & x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ & I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^2) \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s.a} \quad & x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400 \\ & x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600 \\ & x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800 \\ & I_{20} = 0 \\ & x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \\ & I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0 \end{aligned}$$

$$z_{SP} = ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^2) \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1370 - 1370 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^2) \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1370 - 1370 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^2) \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1370 - 1370 = 0 \end{aligned}$$

Nenhuma coluna será gerada.

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Método de Geração de Colunas

▷ Exercício: Iteração 2

$$\begin{aligned} (\text{SP}_2^2) \min \quad & (0.5 - 0.08(-1.875))x_{21} + (0.5 - 0.08(-1.875))x_{22} \\ & + (0.9 - 0.08(0))x_{23} + 0.25I_{21} + 0.25I_{22} \end{aligned}$$

s.a

$$x_{21} + I_{20} - I_{21} = 400$$

$$x_{22} + I_{21} - I_{22} = 600$$

$$x_{23} + I_{22} - I_{23} = 800$$

$$I_{20} = 0$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

$$I_{21}, I_{22}, I_{23} \geq 0$$

$$\begin{aligned} z_{SP} &= ((c_2, h_2) - \bar{p}^T A_2) \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} - \bar{v}_2 \\ &= 1370 - 1370 = 0 \end{aligned}$$

Nenhuma coluna será gerada.

Solução ótima do PM encontrada!

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{I}_{21} \\ \bar{I}_{22} \\ \bar{I}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 1400 \\ 0 \\ 0 \\ 800 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{f}_2 = 1370$$

Problema de dimensionamento de lotes com capacidade

▷ Exercício

Problema mestre restrito ótimo

$$(PMR) \quad \min \quad 6750\lambda_1^1 + 1100\lambda_1^2 + 6750\lambda_2^1 + 7200\lambda_3^1 + 1220\lambda_2^2$$

$$\text{s.a} \quad 450\lambda_1^1 + 32\lambda_1^2 + 90\lambda_2^1 + 270\lambda_3^1 + 32\lambda_2^2 \leq 240$$

$$0\lambda_1^1 + 112\lambda_1^2 + 360\lambda_2^1 + 0\lambda_3^1 + 48\lambda_2^2 \leq 320$$

$$0\lambda_1^1 + 0\lambda_1^2 + 0\lambda_2^1 + 180\lambda_3^1 + 64\lambda_2^2 \leq 200$$

$$\lambda_1^1 + \lambda_2^1 + \lambda_3^1 = 1,$$

$$\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1,$$

$$\lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_2^1, \lambda_3^1, \lambda_2^2 \geq 0.$$

$$\bar{\lambda}_1^1 = 0.3278; \quad \bar{\lambda}_1^2 = 0.4688; \quad \bar{\lambda}_2^1 = 0.6722; \quad \bar{\lambda}_3^1 = 0; \quad \bar{\lambda}_2^2 = 0.5313;$$

$$\bar{p}_1 = -1.875; \quad \bar{p}_2 = -1.875; \quad \bar{p}_3 = 0; \quad \bar{v}_1 = 7593.75; \quad \bar{v}_2 = 1370;$$

$$\text{Valor ótimo: } 7913.75$$

Relaxação Lagrangiana

▷ Última iteração do método de planos de corte

Problema mestre relaxado ótimo

$$(PMR^3) \quad \max \quad 240p_1 + 320p_2 + 200p_3 + v_1 + v_2$$

$$v_1 + 450p_1 \leq 6750$$

$$v_2 + 32p_1 + 112p_2 \leq 1100$$

$$v_1 + 90p_1 + 360p_2 \leq 6750$$

$$v_1 + 270p_1 + 180p_3 \leq 7200$$

$$v_2 + 32p_1 + 48p_2 + 64p_3 \leq 1220$$

$$-10000 \leq p_1 \leq 0$$

$$-10000 \leq p_2 \leq 0$$

$$-10000 \leq p_3 \leq 0$$

$$v_1 \leq 10000$$

$$v_2 \leq 10000$$

$$\Rightarrow p^* = (-1.875, -1.875, 0); \quad v^* = (7593.75, 1370); \quad g^* = 7913.75$$

DDW e Relaxação Lagrangiana

DDW e Relaxação Lagrangiana:

- ▶ Quando usamos o método de planos de corte para resolver o problema dual Lagrangiano, o Problema Mestre resultante é o dual do Problema Mestre obtido por DDW;

DDW e Relaxação Lagrangiana

DDW e Relaxação Lagrangiana:

- ▶ Quando usamos o método de planos de corte para resolver o problema dual Lagrangiano, o Problema Mestre resultante é o dual do Problema Mestre obtido por DDW;
- ▶ Geração de colunas é a contrapartida dual do método de planos de corte;

DDW e Relaxação Lagrangiana

DDW e Relaxação Lagrangiana:

- ▶ Quando usamos o método de planos de corte para resolver o problema dual Lagrangiano, o Problema Mestre resultante é o dual do Problema Mestre obtido por DDW;
- ▶ Geração de colunas é a contrapartida dual do método de planos de corte;
- ▶ DDW possui a vantagem de oferecer de forma direta a solução em termos das variáveis originais e ser mais intuitiva para problemas discretos.

DDW e Relaxação Lagrangiana

DDW e Relaxação Lagrangiana:

- ▶ Quando usamos o método de planos de corte para resolver o problema dual Lagrangiano, o Problema Mestre resultante é o dual do Problema Mestre obtido por DDW;
- ▶ Geração de colunas é a contrapartida dual do método de planos de corte;
- ▶ DDW possui a vantagem de oferecer de forma direta a solução em termos das variáveis originais e ser mais intuitiva para problemas discretos.

(Como obter a solução em termos das variáveis originais na R Lag?)

DDW e Relaxação Lagrangiana

DDW e Relaxação Lagrangiana:

- ▶ Quando usamos o método de planos de corte para resolver o problema dual Lagrangiano, o Problema Mestre resultante é o dual do Problema Mestre obtido por DDW;
- ▶ Geração de colunas é a contrapartida dual do método de planos de corte;
- ▶ DDW possui a vantagem de oferecer de forma direta a solução em termos das variáveis originais e ser mais intuitiva para problemas discretos.
(Como obter a solução em termos das variáveis originais na R Lag?)

Apresentam vantagens quando:

- ▶ Relaxação linear do PM é mais forte que a do modelo original;
- ▶ Subproblemas fáceis de resolver separadamente.

- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?