



Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção



Otimização Linear Contínua e Discreta

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2025
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 10.2: O Problema de Corte de Estoque

Apresentação - Tópico 10.2

Objetivos deste tópico:

- ▶ Conhecer o Problema de Corte de Estoque e aplicações;
- ▶ Aprender a modelar matematicamente algumas variantes desse problema.

Vídeo-aula:

- ▶ <https://www.youtube.com/watch?v=z1VyhgXwb0s>

O problema de corte de estoque (PCE)

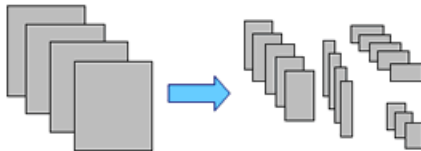
▷ Descrição geral

- ▶ Em diversos processos industriais, itens são produzidos a partir do corte de peças maiores;

O problema de corte de estoque (PCE)

▷ Descrição geral

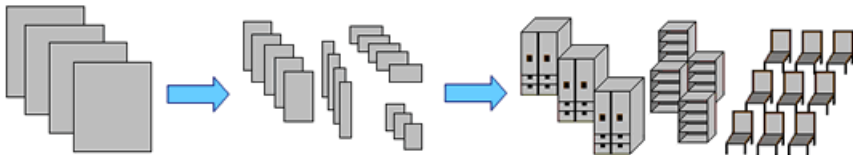
- ▶ Em diversos processos industriais, itens são produzidos a partir do corte de peças maiores;
- ▶ Por exemplo, em fábricas de móveis:



O problema de corte de estoque (PCE)

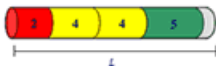
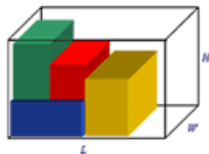
▷ Descrição geral

- ▶ Em diversos processos industriais, itens são produzidos a partir do corte de peças maiores;
- ▶ Por exemplo, em fábricas de móveis:



O problema de corte de estoque (PCE)

▷ Descrição geral



- ▶ 1D: Barras de aço, rolos de filmes, bobinas de papel, etc.
- ▶ 2D: Placas de madeira, tecido, chapas de aço, etc.
- ▶ 3D: Placas com diferentes espessuras, espumas para colchões, etc.

PCE unidimensional



PCE unidimensional

▷ Exemplo

Uma fábrica de papel, trabalha com a produção de bobinas para impressoras. As encomendas para a próxima semana correspondem a 32 bobinas de 5 cm de largura, 16 bobinas de 7 cm de largura e 21 bobinas de 7,5 cm de largura. Essas bobinas são cortadas a partir de bobinas grandes disponíveis em estoques, todas com largura de 20 cm. Elabore um modelo de otimização que busque determinar qual a melhor forma de atender às encomendas, de modo a minimizar o número de bobinas grandes utilizadas.



PCE unidimensional

▷ Modelagem

- ▶ n barras de tamanho L disponíveis em estoque;

PCE unidimensional

▷ Modelagem

- ▶ n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- ▶ Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;

PCE unidimensional

▷ Modelagem

- ▶ n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- ▶ Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- ▶ Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;

PCE unidimensional

▷ Modelagem

- ▶ n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- ▶ Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- ▶ Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;
- ▶ O objetivo é minimizar o número de barras usadas.

PCE unidimensional

▷ Modelagem

- ▶ n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- ▶ Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- ▶ Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;
- ▶ O objetivo é minimizar o número de barras usadas.

Variáveis de decisão:

PCE unidimensional

▷ Modelagem

- ▶ n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- ▶ Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- ▶ Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;
- ▶ O objetivo é minimizar o número de barras usadas.

Variáveis de decisão:

- ▶ Conjunto e barras em estoque: $I = \{1, \dots, n\}$;

PCE unidimensional

► Modelagem

- n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;
- O objetivo é minimizar o número de barras usadas.

Variáveis de decisão:

- Conjunto e barras em estoque: $I = \{1, \dots, n\}$;
- Conjunto de tipos de itens: $J = \{1, \dots, m\}$;

PCE unidimensional

► Modelagem

- n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;
- O objetivo é minimizar o número de barras usadas.

Variáveis de decisão:

- Conjunto e barras em estoque: $I = \{1, \dots, n\}$;
- Conjunto de tipos de itens: $J = \{1, \dots, m\}$;
- x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;

PCE unidimensional

► Modelagem

- n barras de tamanho L disponíveis em estoque;
- Produzir m tipos de itens com tamanhos $l_1, l_2, \dots, l_m$;
- Demandas $d_1, d_2, \dots, d_m$;
- O objetivo é minimizar o número de barras usadas.

Variáveis de decisão:

- Conjunto e barras em estoque: $I = \{1, \dots, n\}$;
- Conjunto de tipos de itens: $J = \{1, \dots, m\}$;
- x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda:

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, j \in J$;

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, j \in J$;
- ▶ Tamanho da barra:

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, j \in J$;
- ▶ Tamanho da barra: $\sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, i \in I$;

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, j \in J$;
- ▶ Tamanho da barra: $\sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, i \in I$;
- ▶ Domínio das variáveis:

PCE unidimensional

► Modelagem

Variáveis de decisão:

- x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Restrições:

- Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, j \in J$;
- Tamanho da barra: $\sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, i \in I$;
- Domínio das variáveis: $y_i \in \{0, 1\}, x_{ij} \in \mathbb{Z}_+, i \in I, j \in J$.

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Função objetivo:

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Função objetivo:

- ▶ Minimizar o número de barras usadas:

PCE unidimensional

▷ Modelagem

Variáveis de decisão:

- ▶ x_{ij} : número de vezes que o item $j \in J$ é cortado da barra $i \in I$;
- ▶ y_i : $1 \rightarrow$ barra $i \in I$ é usada; $0 \rightarrow$ caso contrário.

Função objetivo:

- ▶ Minimizar o número de barras usadas:

$$\min \sum_{i \in I} y_i$$

PCE unidimensional

▷ Modelo

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} y_i \\ \text{s.a} \quad & \sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, \quad j \in J, \\ & \sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, \quad i \in I, \\ & x_{ij} \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I, \quad j \in J, \\ & y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I. \end{aligned}$$

PCE unidimensional

► Modelo

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} y_i \\ \text{s.a} \quad & \sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, \quad j \in J, \\ & \sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, \quad i \in I, \\ & x_{ij} \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I, \quad j \in J, \\ & y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I. \end{aligned}$$

- Este modelo é compacto? (i.e., o número de variáveis e de restrições é polinomial em relação a alguma dimensão do problema?)

PCE unidimensional

► Modelo

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in I} y_i \\
 \text{s.a} \quad & \sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, \quad j \in J, \\
 & \sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, \quad i \in I, \\
 & x_{ij} \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I, \quad j \in J, \\
 & y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I.
 \end{aligned}$$

- Este modelo é compacto? (i.e., o número de variáveis e de restrições é polinomial em relação a alguma dimensão do problema?)
 - Não! O número de restrições é pseudo-polinomial.

PCE unidimensional

▷ Exemplo

Uma fábrica de papel, trabalha com a produção de bobinas para impressoras. As encomendas para a próxima semana correspondem a 32 bobinas de 5 cm de largura, 16 bobinas de 7 cm de largura e 21 bobinas de 7,5 cm de largura. Essas bobinas são cortadas a partir de bobinas grandes disponíveis em estoques, todas com largura de 20 cm. Elabore um modelo de otimização que busque determinar a melhor forma de atender às encomendas de modo a minimizar o número de bobinas grandes utilizadas.



PCE unidimensional

▷ Exemplo

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i \in I} y_i \\ \text{s.a} \quad & \sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, \quad j \in J, \\ & \sum_{j \in J} l_j x_{ij} \leq L y_i, \quad i \in I, \\ & x_{ij} \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I; \quad j \in J, \\ & y_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I. \end{aligned}$$

PCE unidimensional

▷ Exemplo

$$\begin{array}{ll}
 \min & y_1 + y_2 + \dots + y_{100} \\
 \text{s.a} & x_{11} + x_{21} + \dots + x_{100,1} \geq 32, \\
 & x_{12} + x_{22} + \dots + x_{100,2} \geq 16, \\
 & x_{13} + x_{23} + \dots + x_{100,3} \geq 21, \\
 & 5x_{11} + 7x_{12} + 7.5x_{13} \leq 20y_1, \\
 & 5x_{21} + 7x_{22} + 7.5x_{23} \leq 20y_2, \\
 & \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & 5x_{100,1} + 7x_{100,2} + 7.5x_{100,3} \leq 20y_{100}, \\
 & x_{11}, x_{12}, \dots, x_{100,3} \in \mathbb{Z}_+, \\
 & y_1, y_2, \dots, y_{100} \in \{0, 1\}.
 \end{array}$$

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

- ▶ Na prática, uma outra formulação é bastante usada para o PCE unidimensional;

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

- ▶ Na prática, uma outra formulação é bastante usada para o PCE unidimensional;
- ▶ Nesta formulação, são considerados *padrões de corte*;

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

- ▶ Na prática, uma outra formulação é bastante usada para o PCE unidimensional;
- ▶ Nesta formulação, são considerados *padrões de corte*;
- ▶ Padrões de corte correspondem às diferentes formas factíveis de se cortar as barras em estoque;

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

- ▶ Na prática, uma outra formulação é bastante usada para o PCE unidimensional;
- ▶ Nesta formulação, são considerados *padrões de corte*;
- ▶ Padrões de corte correspondem às diferentes formas factíveis de se cortar as barras em estoque;
- ▶ Por exemplo, quais as formas possíveis de se cortar uma bobina de 20 cm em bobinas menores de 5, 7 e 7,5 cm?

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

Padrões de corte

Padrão	5 cm	7 cm	7,5 cm	Total	Desperdício
1	4	0	0	20	0
2	1	2	0	19	1
3	1	0	2	20	0
4	1	1	1	19,5	0,5
5	2	1	0	17	3
6	2	0	1	17,5	2,5

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

- ▶ Assim, expressamos um padrão de corte pela coluna:

PCE unidimensional

▷ Outra formulação

- ▶ Assim, expressamos um padrão de corte pela coluna:

$$a_i = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \rightarrow \text{número de vezes que o item 1 é cortado.} \\ \\ \\ \rightarrow \text{número de vezes que o item } j \text{ é cortado.} \end{array}$$

- ▶ Se enumerarmos todos os padrões possíveis, o PCE pode ser visto como: *escolher o menor número de padrões de corte que atendem à demanda.*

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda:

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, j \in J$;

PCE unidimensional (formulação por colunas)

► Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, j \in J$;
- Domínio das variáveis:

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, j \in J$;
- ▶ Domínio das variáveis: $x_i \in \mathbb{Z}_+, i \in I$.

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, j \in J$;
- ▶ Domínio das variáveis: $x_i \in \mathbb{Z}_+, i \in I$.

Função objetivo:

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- ▶ $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- ▶ $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- ▶ x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- ▶ Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, j \in J$;
- ▶ Domínio das variáveis: $x_i \in \mathbb{Z}_+, i \in I$.

Função objetivo:

- ▶ Minimizar o número de barras cortadas:

PCE unidimensional (formulação por colunas)

► Modelagem

Conjuntos e variáveis de decisão:

- $J = \{1, \dots, m\} \rightarrow$ conjunto de itens;
- $I = \{1, \dots, n\} \rightarrow$ conjunto de **padrões de corte**;
- x_i : número de barras cortadas conforme o padrão de corte $i \in I$;

Restrições:

- Atendimento da demanda: $\sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, j \in J$;
- Domínio das variáveis: $x_i \in \mathbb{Z}_+, i \in I$.

Função objetivo:

- Minimizar o número de barras cortadas: $\min \sum_{i \in I} x_i$.

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{i \in I} x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, \quad j \in J, \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I.\end{array}$$

PCE unidimensional (formulação por colunas)

► Modelagem

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{i \in I} x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, \quad j \in J, \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I.\end{array}$$

- Em muitas situações, é possível relaxar a integralidade das variáveis (de ambos os modelos) e trabalhar com arredondamentos;

PCE unidimensional (formulação por colunas)

► Modelagem

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{i \in I} x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, \quad j \in J, \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I.\end{array}$$

- Em muitas situações, é possível relaxar a integralidade das variáveis (de ambos os modelos) e trabalhar com arredondamentos;
- Este modelo é compacto?

PCE unidimensional (formulação por colunas)

▷ Modelagem

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{i \in I} x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, \quad j \in J, \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I.\end{array}$$

- ▶ Em muitas situações, é possível relaxar a integralidade das variáveis (de ambos os modelos) e trabalhar com arredondamentos;
- ▶ Este modelo é compacto?
 - ▶ Não! O número de variáveis é exponencial!

PCE unidimensional

▷ Exemplo

Uma fábrica de papel, trabalha com a produção de bobinas para impressoras. As encomendas para a próxima semana correspondem a 32 bobinas de 5 cm de largura, 16 bobinas de 7 cm de largura e 21 bobinas de 7,5 cm de largura. Essas bobinas são cortadas a partir de bobinas grandes disponíveis em estoques, todas com largura de 20 cm. Elabore um modelo de otimização que busque determinar a melhor forma de atender às encomendas de modo a minimizar o número de bobinas grandes utilizadas. *Utilize uma formulação baseada em padrões de corte.*



PCE unidimensional

$$\begin{array}{ll}\min & \sum_{i \in I} x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i \in I} a_{ij} x_i \geq d_j, \quad j \in J, \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+, \quad i \in I.\end{array}$$

PCE unidimensional

Padrões de corte

Padrão	5 cm	7 cm	7,5 cm	Total	Desperdício
1	4	0	0	20	0
2	1	2	0	19	1
3	1	0	2	20	0
4	1	1	1	19,5	0,5
5	2	1	0	17	3
6	2	0	1	17,5	2,5

PCE unidimensional

▷ Modelo por colunas

$$\begin{array}{ll}\min & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \\ \text{s.a} & 4x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 2x_5 + 2x_6 \geq 32, \\ & 0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 1x_5 + 0x_6 \geq 16, \\ & 0x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 1x_6 \geq 21, \\ & x_1, \dots, x_6 \in \mathbb{Z}_+.\end{array}$$

PCE unidimensional

▷ Modelo por restrições

$$\begin{array}{ll}
 \min & y_1 + y_2 + \dots + y_{100} \\
 \text{s.a} & x_{11} + x_{21} + \dots + x_{100,1} \geq 32, \\
 & x_{12} + x_{22} + \dots + x_{100,2} \geq 16, \\
 & x_{13} + x_{23} + \dots + x_{100,3} \geq 21, \\
 & 5x_{11} + 7x_{12} + 7,5x_{13} \leq 20y_1, \\
 & 5x_{21} + 7x_{22} + 7,5x_{23} \leq 20y_2, \\
 & \vdots \\
 & 5x_{100,1} + 7x_{100,2} + 7,5x_{100,3} \leq 20y_{100}, \\
 & x_{11}, x_{12}, \dots, x_{100,3} \in \mathbb{Z}_+, \\
 & y_1, y_2, \dots, y_{100} \in \{0, 1\}.
 \end{array}$$

PCE unidimensional

- E se quisermos minimizar o desperdício explicitamente?

PCE unidimensional

Padrões de corte

Padrão	5 cm	7 cm	7,5 cm	Total	Desperdício
1	4	0	0	20	0
2	1	2	0	19	1
3	1	0	2	20	0
4	1	1	1	19,5	0,5
5	2	1	0	17	3
6	2	0	1	17,5	2,5

PCE unidimensional

$$\begin{array}{ll}\min & x_2 + 0,5x_4 + 3x_5 + 2,5x_6 \\ \text{s.a} & 4x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 + 2x_5 + 2x_6 \geq 32, \\ & 0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 1x_5 + 0x_6 \geq 16, \\ & 0x_1 + 0x_2 + 2x_3 + 1x_4 + 0x_5 + 1x_6 \geq 21, \\ & x_1, \dots, x_6 \in \mathbb{Z}_+.\end{array}$$

- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?