



Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Engenharia de Produção



Otimização Linear Contínua e Discreta

PPGEP, UFSCar - Semestre 01/2025
Prof. Dr. Pedro Munari (munari@dep.ufscar.br)

Tópico 1.1: Introdução à Pesquisa Operacional

Objetivos deste tópico

- ▶ Conhecer a Pesquisa Operacional e aprender sobre sua importância e principais aplicações.
- ▶ Queremos entender onde, como e porquê usá-la.

O que é Pesquisa Operacional?

O que é Pesquisa Operacional?

- ▶ É o estudo e a aplicação de métodos científicos no apoio à tomada de decisão;

O que é Pesquisa Operacional?

- ▶ É o estudo e a aplicação de métodos científicos no apoio à tomada de decisão;
- ▶ O intuito é abordar problemas complexos, que requerem alocações eficientes de recursos escassos;

O que é Pesquisa Operacional?

- ▶ É o estudo e a aplicação de métodos científicos no apoio à tomada de decisão;
- ▶ O intuito é abordar problemas complexos, que requerem alocações eficientes de recursos escassos;
- ▶ O nome começou a ser usado durante a Segunda Guerra Mundial e seu uso tem crescido desde então. Hoje, é essencial na análise e resolução de problemas em indústrias e outras organizações.

O que é Pesquisa Operacional?

- ▶ É o estudo e a aplicação de métodos científicos no apoio à tomada de decisão;
- ▶ O intuito é abordar problemas complexos, que requerem alocações eficientes de recursos escassos;
- ▶ O nome começou a ser usado durante a Segunda Guerra Mundial e seu uso tem crescido desde então. Hoje, é essencial na análise e resolução de problemas em indústrias e outras organizações.
- ▶ Permite modelar, analisar e solucionar um grande número de problemas complexos encontrados atualmente.

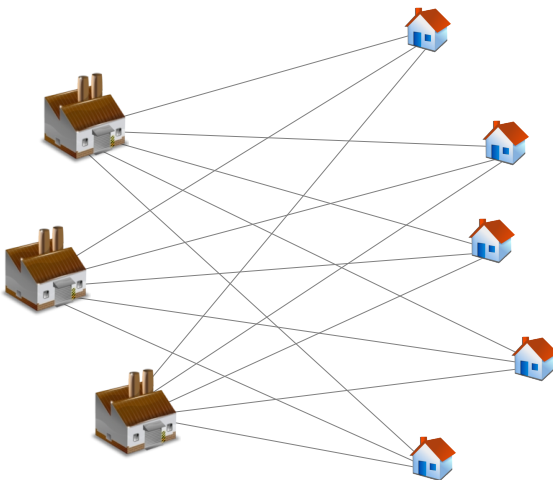
Algumas aplicações

▷ Exemplo



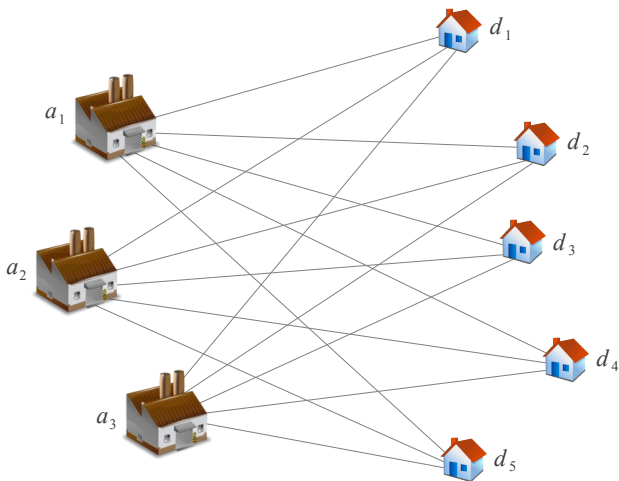
Algumas aplicações

▷ Exemplo



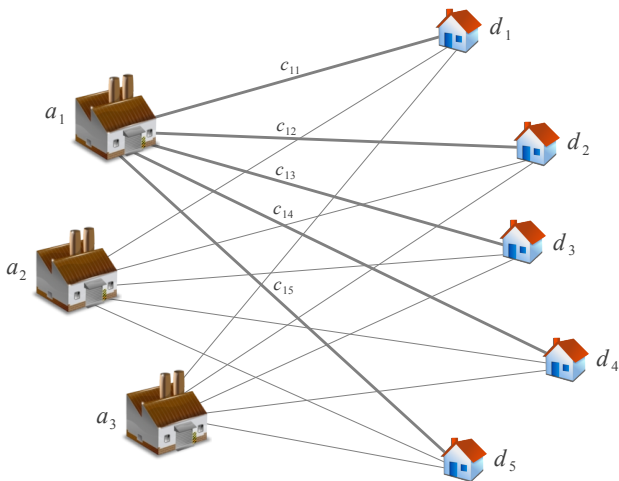
Algumas aplicações

▷ Exemplo



Algumas aplicações

▷ Exemplo



Algumas aplicações

▷ Exemplo: Modelo matemático

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.a} \quad & \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} = d_j, \quad j = 1, \dots, m, \\ & x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

Algumas aplicações

▷ Exemplo: *Software* com método de solução

Arquivo

Página Inicial

Inserir

Layout da Página

Fórmulas

Dados

Revisão

Exibição

Desenvolvedor

Recortar

Copiar

Colar

Pincel de Formatação

Calibri

11

A[^]

A^v

Área de Transferência

Fonte

Alinhamento

C16

=SOMARPRODUTO(C7:E8,C4:E5)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Origem/Destino	SP	BH	RJ			
4		Rib Preto						
5		Cariacica						
6								
7		Custos	3.7	4.3	6.1			
8			9.8	6.9	2.1			
9								
10		CapRib	0	<=	1100			
11		CapCar	0	<=	1800			
12		DemandaSP	0	=	960			
13		DemandaBH	0	=	510			
14		DemandaRJ	0	=	895			
15								
16		F obj	0					
17								

Algumas aplicações

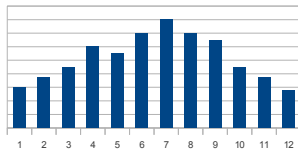
▷ Exemplo: Solução ótima do modelo

Arquivo	Página Inicial	Inserir	Layout da Página	Fórmulas	Dados	Revisão	Exibição	Desenvolvedor
Recortar Copiar Pincel de Formatação Área de Transferência	Calibri 11 						Quebrar Texto Automaticamen Mesclar e Centralizar	
C16		=SOMARPRODUTO(C7:E8,C4:E5)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3		Origem/Destino	SP	BH	RJ			
4		Rib Preto	960	140	0			
5		Cariacica	0	370	895			
6								
7		Custos	3.7	4.3	6.1			
8			9.8	6.9	2.1			
9								
10		CapRib	1100	<=	1100			
11		CapCar	1265	<=	1800			
12		DemandaSP	960	=	960			
13		DemandaBH	510	=	510			
14		DemandaRJ	895	=	895			
15								
16		F obj	8586.5					
17								

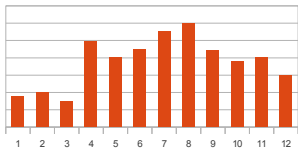
Algumas aplicações

▷ Dimensionamento de lotes

Demanda do produto 1 para os próximos 12 meses



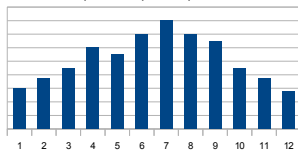
Demanda do produto 2 para os próximos 12 meses



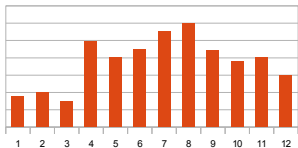
Algumas aplicações

▷ Dimensionamento de lotes

Demanda do produto 1 para os próximos 12 meses



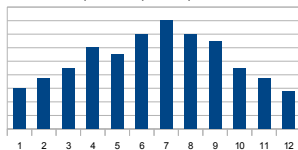
Demanda do produto 2 para os próximos 12 meses



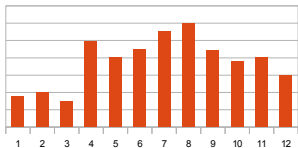
Algumas aplicações

▷ Dimensionamento de lotes

Demanda do produto 1 para os próximos 12 meses



Demanda do produto 2 para os próximos 12 meses



Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



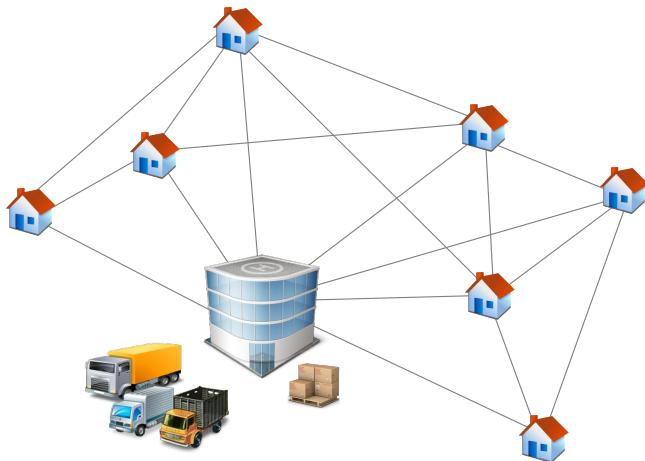
Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



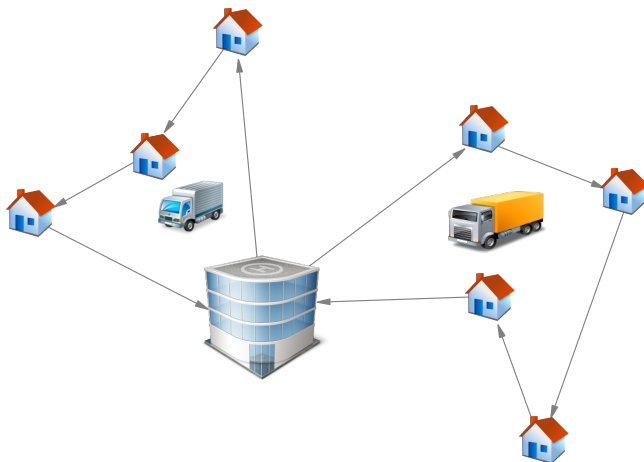
Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



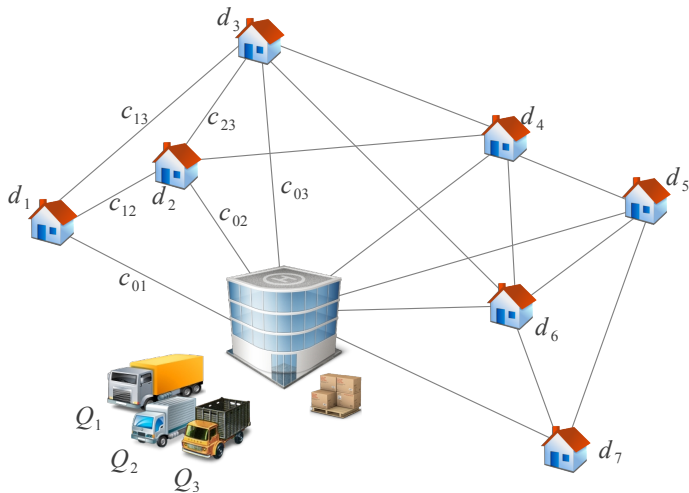
Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



Algumas aplicações

▷ Roteirização de veículos



Alocação de salas de aula na UFSCar

- ▶ Como a UFSCar decide qual turma tem aula em qual sala?

Alocação de salas de aula na UFSCar

- ▶ Como a UFSCar decide qual turma tem aula em qual sala?
- ▶ A cada semestre, são oferecidas mais de 2000 turmas, só no campus de São Carlos, o qual conta com cerca de 113 salas em prédios de aulas teóricas (ATs);

Alocação de salas de aula na UFSCar

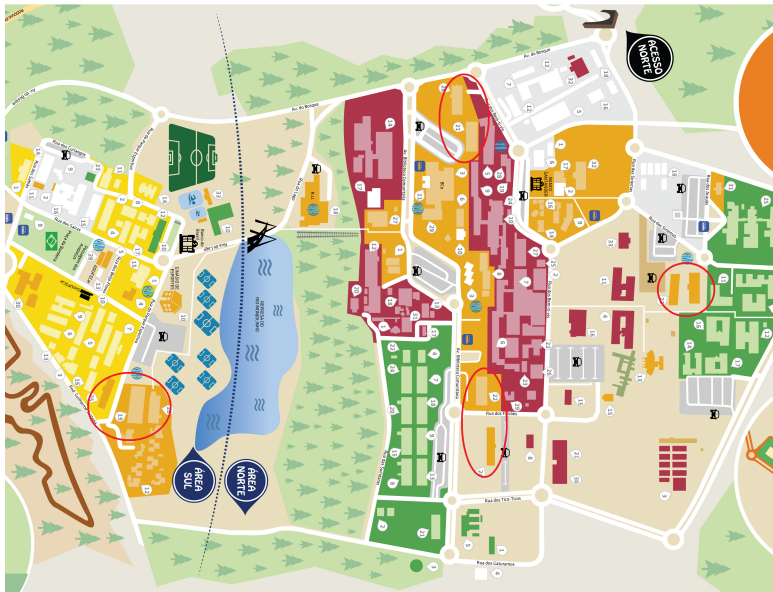
- ▶ Como a UFSCar decide qual turma tem aula em qual sala?
- ▶ A cada semestre, são oferecidas mais de 2000 turmas, só no campus de São Carlos, o qual conta com cerca de 113 salas em prédios de aulas teóricas (ATs);
- ▶ Será que é fácil e rápido fazer essa alocação?

Alocação de salas de aula na UFSCar

- ▶ Como a UFSCar decide qual turma tem aula em qual sala?
- ▶ A cada semestre, são oferecidas mais de 2000 turmas, só no campus de São Carlos, o qual conta com cerca de 113 salas em prédios de aulas teóricas (ATs);
- ▶ Será que é fácil e rápido fazer essa alocação?

<https://www.podesenvolvimento.org.br/podesenvolvimento/article/view/714>

Alocação de salas de aula!



ARQUIVO PÁGINA INICIAL INSERIR LAYOUT DA PÁGINA FÓRMULAS DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO DESENVOLVEDOR

Recortar Copiar Pincel de Formatação

Calibri 11 A A

N I B

Fonte

Quebrar Texto Automaticamente

Mesclar e Centralizar

Alinhamento

Normal

Formatar como Condicional

Formatar como Tabela

Cálculo

Alocação de salas de aula!

- ▶ Até 2015, essa alocação era feita manualmente!

Alocação de salas de aula!

- ▶ Até 2015, essa alocação era feita manualmente!
- ▶ Uma funcionária **imprimia** todas as turmas ofertadas no semestre e, uma-a-uma, elas eram alocadas aos ATs, baseadas na capacidades das salas, proximidades com os ATs e experiência de anos anteriores;

Alocação de salas de aula!

- ▶ Até 2015, essa alocação era feita manualmente!
- ▶ Uma funcionária **imprimia** todas as turmas ofertadas no semestre e, uma-a-uma, elas eram alocadas aos ATs, baseadas na capacidades das salas, proximidades com os ATs e experiência de anos anteriores;
- ▶ Esse processo levava quase uma semana para ser finalizado. Além de demorado (e não otimizado), era muito estressante para a funcionária;

Alocação de salas de aula!

- ▶ Até 2015, essa alocação era feita manualmente!
- ▶ Uma funcionária **imprimia** todas as turmas ofertadas no semestre e, uma-a-uma, elas eram alocadas aos ATs, baseadas na capacidades das salas, proximidades com os ATs e experiência de anos anteriores;
- ▶ Esse processo levava quase uma semana para ser finalizado. Além de demorado (e não otimizado), era muito estressante para a funcionária;
- ▶ A partir do primeiro semestre de 2016, a alocação de salas passou a ser feita por um modelo matemático, usando PO/Otimização!

Alocação de salas de aula!

- ▶ Até 2015, essa alocação era feita manualmente!
- ▶ Uma funcionária **imprimia** todas as turmas ofertadas no semestre e, uma-a-uma, elas eram alocadas aos ATs, baseadas na capacidades das salas, proximidades com os ATs e experiência de anos anteriores;
- ▶ Esse processo levava quase uma semana para ser finalizado. Além de demorado (e não otimizado), era muito estressante para a funcionária;
- ▶ A partir do primeiro semestre de 2016, a alocação de salas passou a ser feita por um modelo matemático, usando PO/Otimização!
- ▶ Resultado de TCCs de alunos da Engenharia de Produção (Yuji Enoshita, Carolina Shima, Raquel Santana), com artigo publicado na revista PODes.

Alocação de salas de aula!

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^{nd} \sum_{j=1}^{ns} D_{ij} x_{ij}$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{j=1}^{ns} x_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, nd$$

$$\sum_{i=1}^{nd} x_{ij} \leq 1 \quad j = 1, \dots, ns$$

$$N_i x_{ij} \leq C_j x_{ij} \quad i = 1, \dots, nd \text{ e } j = 1, \dots, ns$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, nd \text{ e } j = 1, \dots, ns$$

ARQUIVO PÁGINA INICIAL INSERIR LAYOUT DA PÁGINA FÓRMULAS DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO DESENVOLVEDOR

Recortar Copiar Pincel de Formatação

Calibri 11 A A

N I B

Fonte

Quebrar Texto Automaticamente

Mesclar e Centralizar

Alinhamento

Normal

Formatar como Condicional

Formatar como Tabela

Cálculo

Alocação de salas de aula!

Arquivo PÁGINA INICIAL INSERIR LAYOUT DA PÁGINA FÓRMULAS DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO DESENVOLVEDOR

Recortar Copiar Colar Pincel de Formatação Área de Transferência

Calibri 11 Fonte

Quebrar Texto Automaticamente Mesclar e Centralizar Alinhamento

Geral Número

Formatação Condicional Formatar Tabela

Z29

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													

PLANILHA DE ALOCAÇÃO DE SALAS v2.0

Segunda-Feira	Manhã	Tarde	Noite
Terça-Feira	Manhã	Tarde	Noite
Quarta-Feira	Manhã	Tarde	Noite
Quinta-Feira	Manhã	Tarde	Noite
Sexta-Feira	Manhã	Tarde	Noite
Ajustar Junção	Atribuir Resultado	Limpar Tudo	
Definir blocos	Preencher Agenda	Limpar Agenda	
Calcular alocação do semestre todo			

ufscar

Alocação de salas de aula!

ARQUIVO PÁGINA INICIAL INSERIR LAYOUT DA PÁGINA FÓRMULAS DADOS REVISÃO EXIBIÇÃO DESENVOLVEDOR

Recortar Copiar Colar Pincel de Formatação

Calibri 11 A* A* [Bulleted List Icon] [Numbered List Icon] [Decrease Indent Icon] [Increase Indent Icon] [Bulleted List Icon] [Numbered List Icon] [Decrease Indent Icon] [Increase Indent Icon] Quebrar Texto Automaticamente Geral [Table Icon] [Chart Icon]

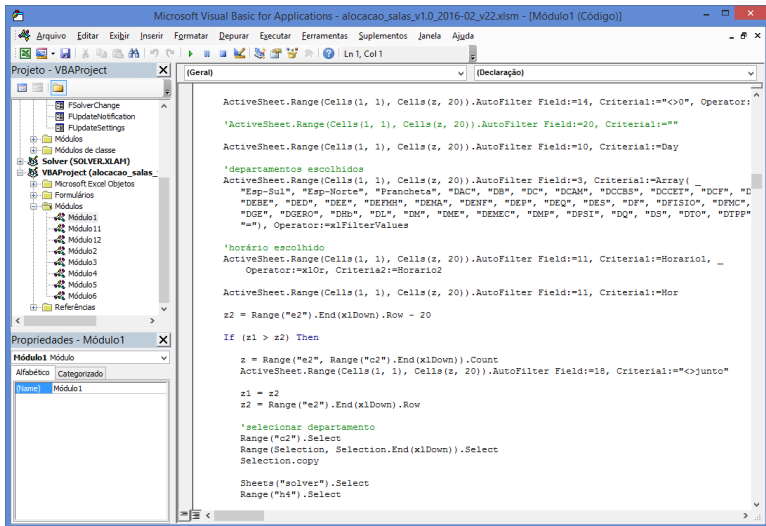
N I S [Table Icon] [Text Color Icon] [Background Color Icon] [Bulleted List Icon] [Numbered List Icon] [Decrease Indent Icon] [Increase Indent Icon] [Bulleted List Icon] [Numbered List Icon] [Decrease Indent Icon] [Increase Indent Icon] Mesclar e Centralizar [Percentage Icon] 0% 0,00 0,00 Formatação Formatar como Condicional Tabela

	Área de Transfêrencia			Fonte		Alinhamento				Número		
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
C73												

Alocação de salas de aula!

[illegible]

Alocação de salas de aula!



Alocação de salas de aula!

- Infelizmente, nem tudo é perfeito :(

Alocação de salas de aula!

- ▶ Infelizmente, nem tudo é perfeito :(
- ▶ Garbage in, garbage out: a oferta de algumas disciplinas são preenchidas incorretamente e, assim, a entrada da planilha vem com alguns erros, que acabam afetando a alocação final;

Alocação de salas de aula!

- ▶ Infelizmente, nem tudo é perfeito :(
- ▶ Garbage in, garbage out: a oferta de algumas disciplinas são preenchidas incorretamente e, assim, a entrada da planilha vem com alguns erros, que acabam afetando a alocação final;
- ▶ Acessibilidade e recursos especiais não são informados no SIGA: alunos cadeirantes, aulas que usam recursos multimídias, etc; Salas que deveriam ter projetores, mas não tem;

Alocação de salas de aula!

- ▶ Infelizmente, nem tudo é perfeito :(
 - ▶ Garbage in, garbage out: a oferta de algumas disciplinas são preenchidas incorretamente e, assim, a entrada da planilha vem com alguns erros, que acabam afetando a alocação final;
 - ▶ Acessibilidade e recursos especiais não são informados no SIGA: alunos cadeirantes, aulas que usam recursos multimídias, etc; Salas que deveriam ter projetores, mas não tem;
- ▶ Mesmo assim, a PO é extremamente útil no apoio à tomada de decisão nesse contexto;

Alocação de salas de aula!

- ▶ Infelizmente, nem tudo é perfeito :(
 - ▶ Garbage in, garbage out: a oferta de algumas disciplinas são preenchidas incorretamente e, assim, a entrada da planilha vem com alguns erros, que acabam afetando a alocação final;
 - ▶ Acessibilidade e recursos especiais não são informados no SIGA: alunos cadeirantes, aulas que usam recursos multimídias, etc; Salas que deveriam ter projetores, mas não tem;
- ▶ Mesmo assim, a PO é extremamente útil no apoio à tomada de decisão nesse contexto;
 - ▶ Em menos de 15 minutos, a planilha é capaz de calcular a alocação (quase) ótima de turmas às salas de aula :)

Alocação de salas de aula!

- ▶ Infelizmente, nem tudo é perfeito :(
 - ▶ Garbage in, garbage out: a oferta de algumas disciplinas são preenchidas incorretamente e, assim, a entrada da planilha vem com alguns erros, que acabam afetando a alocação final;
 - ▶ Acessibilidade e recursos especiais não são informados no SIGA: alunos cadeirantes, aulas que usam recursos multimídias, etc; Salas que deveriam ter projetores, mas não tem;
- ▶ Mesmo assim, a PO é extremamente útil no apoio à tomada de decisão nesse contexto;
 - ▶ Em menos de 15 minutos, a planilha é capaz de calcular a alocação (quase) ótima de turmas às salas de aula :)
 - ▶ Pequenos ajustes são fáceis de serem realizados para acomodar requisitos especiais.

Fontes interessantes

- ▶ Revistas científicas nacionais:
 - ▶ PODes: <http://www.podesenvolvimento.org.br>
 - ▶ Pesquisa Operacional: <http://www.scielo.br/pope>
 - ▶ Gestão & Produção: <http://www.gestaoeproducao.com>
- ▶ Canais de vídeos:
 - ▶ <https://www.youtube.com/Theorsocietypage>
 - ▶ <https://www.youtube.com/PedroMunari>

Vídeo da Sociedade Britânica de Pesquisa Operacional
<http://www.youtube.com/watch?v=tX6Rw7KJGjE>



Modelos

- ▶ A PO se baseia em **modelos**, os quais permitem a representação formal do problema e a solução/análise por meio de **computadores**.
- ▶ Essas soluções/análises **auxiliam** a tomada de decisão.

Modelos

- ▶ A PO se baseia em **modelos**, os quais permitem a representação formal do problema e a solução/análise por meio de **computadores**.
- ▶ Essas soluções/análises **auxiliam** a tomada de decisão.
- ▶ Modelos também ajudam a:
 - ▶ determinar os dados de entrada necessários;
 - ▶ explicitar objetivos;
 - ▶ comunicar ideias;
 - ▶ quantificar decisões;
 - ▶ entre muitas outras vantagens.

Modelos

- ▶ Descrições aproximadas da realidade;
- ▶ Representam o problema real de maneira simplificada e objetiva;
- ▶ Devem absorver as características que sejam relevantes para o propósito desejado;

Modelos

- ▶ Descrições aproximadas da realidade;
- ▶ Representam o problema real de maneira simplificada e objetiva;
- ▶ Devem absorver as características que sejam relevantes para o propósito desejado;
- ▶ Por exemplo, um arquiteto faz uma maquete para representar uma edificação, tendo como objetivo capturar o estilo arquitetônico da obra. A princípio, ele não está preocupado em absorver neste modelo a resistência dos materiais, nem o desgaste devido a ação do clima.

Modelos

▷ Modelos matemáticos

- ▶ Modelos que utilizam a lógica matemática para obter uma representação formal;
- ▶ A vantagem é que podemos usar todo o ferramental matemático para analisar, simular e obter soluções para a situação modelada;
- ▶ Desde os primeiros anos de escola, aprendemos a modelar o mundo matematicamente.

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Um exemplo muito simples:

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Um exemplo muito simples:
 - ▶ Um estacionamento possui um número desconhecido de carros e motos.

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Um exemplo muito simples:
 - ▶ Um estacionamento possui um número desconhecido de carros e motos. Sabe-se que, no momento, existem 450 rodas e 250 retrovisores no total.

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Um exemplo muito simples:
 - ▶ Um estacionamento possui um número desconhecido de carros e motos. Sabe-se que, no momento, existem 450 rodas e 250 retrovisores no total. Assumindo-se que todos os carros possuem quatro rodas e dois retrovisores e que todas as motos possuem duas rodas e dois retrovisores,

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Um exemplo muito simples:
 - ▶ Um estacionamento possui um número desconhecido de carros e motos. Sabe-se que, no momento, existem 450 rodas e 250 retrovisores no total. Assumindo-se que todos os carros possuem quatro rodas e dois retrovisores e que todas as motos possuem duas rodas e dois retrovisores, quantos carros e quantas motos se encontram no estacionamento?

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas:

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y =$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores:

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y =$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y = 250$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y = 250$
- ▶ Temos então o sistema linear:

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y = 250$
- ▶ Temos então o sistema linear:

$$\begin{cases} 4x + 2y &= 450 \\ 2x + 2y &= 250 \end{cases}$$

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y = 250$
- ▶ Temos então o sistema linear:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 450 \\ 2x + 2y = 250 \end{cases}$$

- ▶ Solução única: $x = 100$; $y = 25$;

Modelagem matemática

▷ Exemplo 1

- ▶ Variáveis (incógnitas):
 - ▶ x : quantidade de carros;
 - ▶ y : quantidade de motos;
- ▶ Rodas: $4x + 2y = 450$
- ▶ Retrovisores: $2x + 2y = 250$
- ▶ Temos então o sistema linear:

$$\begin{cases} 4x + 2y = 450 \\ 2x + 2y = 250 \end{cases}$$

- ▶ Solução única: $x = 100$; $y = 25$;
- ▶ Logo, temos 100 carros e 25 motos.

Modelagem matemática

- ▶ Apesar do exemplo anterior ser bastante simples, veremos que os modelos de otimização usam a mesma ideia:
 - ▶ Identificamos parâmetros (dados de entrada);
 - ▶ Definimos as variáveis do problema;
 - ▶ Criamos um sistema de equações/inequações para representar a situação real;
 - ▶ Obtemos uma solução.

Modelagem matemática

- ▶ Apesar do exemplo anterior ser bastante simples, veremos que os modelos de otimização usam a mesma ideia:
 - ▶ Identificamos parâmetros (dados de entrada);
 - ▶ Definimos as variáveis do problema;
 - ▶ Criamos um sistema de equações/inequações para representar a situação real;
 - ▶ Obtemos uma solução.
- ▶ E se no modelo anterior tivéssemos desigualdades no sistema linear?

Modelagem matemática

- ▶ Apesar do exemplo anterior ser bastante simples, veremos que os modelos de otimização usam a mesma ideia:
 - ▶ Identificamos parâmetros (dados de entrada);
 - ▶ Definimos as variáveis do problema;
 - ▶ Criamos um sistema de equações/inequações para representar a situação real;
 - ▶ Obtemos uma solução.
- ▶ E se no modelo anterior tivéssemos desigualdades no sistema linear?
- ▶ A diferença principal em um modelo de otimização é que o sistema possui várias soluções (**alternativas**) e queremos a melhor delas, de acordo com um dado **objetivo**.

Otimização

▷ Exemplo 2

Um agricultor acabou de comprar uma fazenda para o plantio de trigo e arroz. A área total disponível para plantio é de 7 hectares e o agricultor deseja plantar no mínimo 1 hectare de trigo e 2 hectares de arroz. Estima-se que o lucro do trigo seja de R\$5.000,00 e do arroz de R\$3.000,00, por hectare plantado. O agricultor deseja determinar quanto plantar de cada cultura, de modo a maximizar seu lucro.

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 - $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 - $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 - $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 - $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total:

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo:

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz:

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$
Não-negatividade:

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$
Não-negatividade: $x_1, x_2 \geq 0$

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*

$x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),

$x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)

- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*

Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$

Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$

Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$

Não-negatividade: $x_1, x_2 \geq 0$ *(redundantes neste caso)*

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$
Não-negatividade: $x_1, x_2 \geq 0$ *(redundantes neste caso)*
- ▶ Função objetivo: *(o que vamos otimizar?)*

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$
Não-negatividade: $x_1, x_2 \geq 0$ *(redundantes neste caso)*
- ▶ Função objetivo: *(o que vamos otimizar?)*
Maximizar o lucro:

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$
Não-negatividade: $x_1, x_2 \geq 0$ *(redundantes neste caso)*
- ▶ Função objetivo: *(o que vamos otimizar?)*
Maximizar o lucro: maximizar

Otimização

▷ Exemplo 2

- ▶ Variáveis de decisão: *(o que queremos?)*
 $x_1 \rightarrow$ área a ser plantada de trigo (em hectares),
 $x_2 \rightarrow$ área a ser plantada de arroz (em hectares)
- ▶ Restrições: *(o que limita nossa decisão?)*
Área total: $x_1 + x_2 \leq 7$
Área mínima de trigo: $x_1 \geq 1$
Área mínima de arroz: $x_2 \geq 2$
Não-negatividade: $x_1, x_2 \geq 0$ *(redundantes neste caso)*
- ▶ Função objetivo: *(o que vamos otimizar?)*
Maximizar o lucro: maximizar $5x_1 + 3x_2$

Otimização

▷ Exemplo 2

$$\begin{array}{ll}\text{maximizar} & 5x_1 + 3x_2 \\ \text{sujeito a} & x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1 \geq 1 \\ & x_2 \geq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

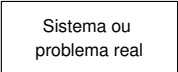
Otimização

▷ Exemplo 2

$$\begin{array}{ll}\max & 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1 \geq 1 \\ & x_2 \geq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

Modelos

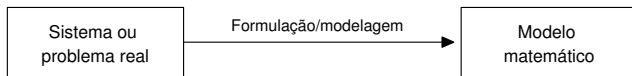
▷ Processo de modelagem



Sistema ou
problema real

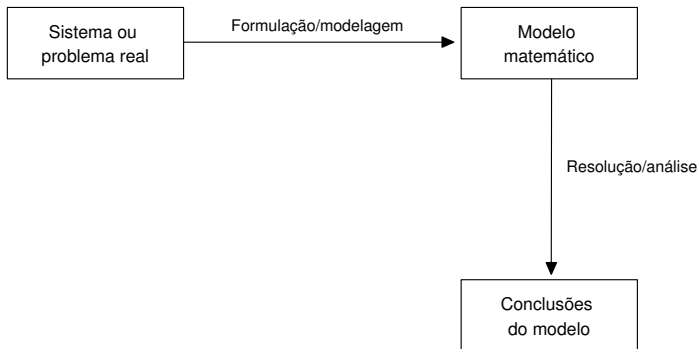
Modelos

▷ Processo de modelagem



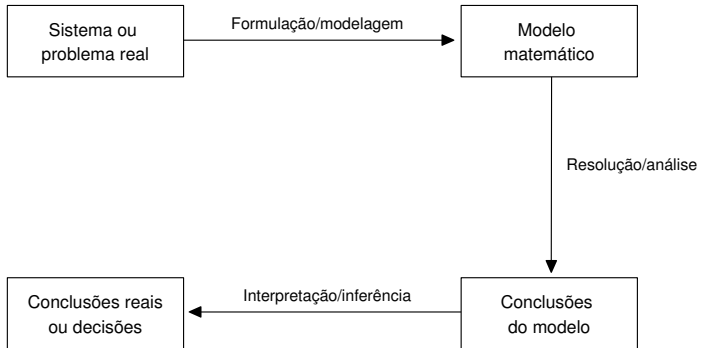
Modelos

▷ Processo de modelagem



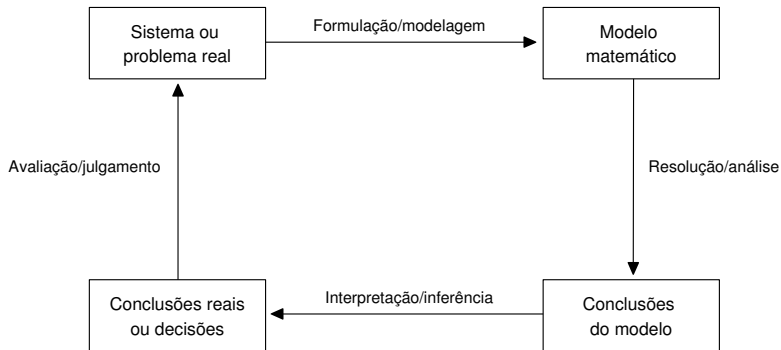
Modelos

▷ Processo de modelagem



Modelos

▷ Processo de modelagem



Modelos

- No processo de modelagem podem ser usados conceitos de diversas áreas como Otimização, Simulação, Teoria de Filas, entre outras.

Modelos

- ▶ No processo de modelagem podem ser usados conceitos de diversas áreas como Otimização, Simulação, Teoria de Filas, entre outras.
- ▶ Nesta disciplina, vamos dar ênfase aos modelos de Otimização (Programação Matemática) e aos métodos de solução relacionados.

- ▶ Obrigado pela atenção!
- ▶ Dúvidas?